UNIVERSIDADE REGIONAL INTEGRADA DO ALTO URUGUAI E DAS MISSÕES
PRÓ-REITORIA DE ENSINO, PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CAMPUS DE SÃO LUIZ GONZAGA- RS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIAS E CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

VINÍCIUS DEONEI CHRIST

REDUÇÃO DO CUSTO DE GERAÇÃO ATRAVÉS DA OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS APLICADA AO PROBLEMA DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO NO *IEEE 30 BUS SYSTEM*

SÃO LUIZ GONZAGA - RS

2019

VINÍCIUS DEONEI CHRIST

REDUÇÃO DO CUSTO DE GERAÇÃO ATRAVÉS DA OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS APLICADA AO PROBLEMA DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO NO *IEEE 30 BUS SYSTEM*

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do grau de bacharel em Engenharia Elétrica, do Curso de Engenharia Elétrica, da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI – São Luiz Gonzaga, como requisito parcial para aprovação.

Orientador(a): Prof. Ms. Alison Fernando Marchioro

SÃO LUIZ GONZAGA - RS
2019

VINÍCIUS DEONEI CHRIST

REDUÇÃO DO CUSTO DE GERAÇÃO ATRAVÉS DA OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS APLICADA AO PROBLEMA DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO NO *IEEE 30 BUS SYSTEM*

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia Elétrica, Departamento de Engenharias e Ciências da Computação da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões - Câmpus de São Luiz Gonzaga.

São Luiz Gonzaga, 2 de dezembro de 2019.

BANCA EXAMINADORA

_____

Prof. Ms. Alison Fernando Marchioro

URI – São Luiz Gonzaga

_____

Prof. Dr. Diego Roberto Morais

URI – São Luiz Gonzaga

_____

Prof. Dr. Bruna Avila Wiethan

URI – São Luiz Gonzaga

Dedico este trabalho aos meus pais, pelo apoio incondicional e pelos ensinamentos sobre a inerência do esforço e do trabalho na vida.

AGRADECIMENTOS

A minha família, que norteou meus ideais pelo caminho seguro da ética, do trabalho e do estudo, e continua a fazê-lo. Também pelos momentos ímpares de apoio nesta jornada do curso de Engenharia Elétrica, família essa sem a qual tal conquista não faria sentido.

Aos colegas de trabalho e amigos, Carlos Marcel Cunha e Michel Duarte da Silva, que com seus conselhos me indicaram as escolhas certas durante esta etapa da vida.

Ao professor orientador, Alison Fernando Marchioro, pela motivação do estudo, disponibilidade permanente no esclarecimento de dúvidas, pelas valiosas indicações e pela amizade, que tornaram este trabalho possível.

Aos colegas e amigos da universidade, André Schuquel Nunes, Cícero Miguel Schons e Sibele Tavares Müller, pela experiência técnica, pelas conversas esclarecedoras e alto grau de aprendizado alcançado trabalhando juntos no perpassar do curso.

Ao Exército Brasileiro, instituição que proporcionou o primeiro contato com as dificuldades da vida, e mostrou o que realmente importa no transcorrer da existência de um homem que busca o caminho dos justos. Também por incentivar o estudo, liberando-me nos momentos necessários para tornar possível a conclusão do curso.

A todas as pessoas, que de alguma maneira, auxiliaram-me durante estes 5 anos de estudos junto à URI.

Goste ou não, nós humanos estamos conectados com nossos companheiros e com outras plantas e animais ao redor de todo o mundo. Nossas vidas estão entrelaçadas.

(Carl Sagan)

RESUMO

O Sistema Elétrico de Potência (SEP) representa as estruturas físicas envolvidas no transporte da energia elétrica desde sua geração até o consumo, possuindo diversos componentes envolvidos nesse transporte, fazendo com que seja um sistema vultuoso e com muitas variáveis em sua operação. Para garantir fornecimento ininterrupto de energia, é preciso que haja um controle rigoroso da operação em tempo real, o que agrega um custo elevado para as empresas que trabalham no setor energético, fazendo-se necessária uma busca pela redução de custos com um alto padrão de qualidade de serviço.

O trabalho propõe um algoritmo meta-heurístico capaz de reduzir os custos de geração, que é conhecido como Otimização por Enxame de Partículas (OEP), onde as variáveis de controle são as funções de custo dos geradores. Para garantir essa aplicação do algoritmo e a redução de custos, é preciso que sejam realizados cálculos de Fluxo de Potência para determinar as incógnitas de operação de um sistema, por meio da estruturação do mesmo sistema "físico", representado no projeto pelo *IEEE 30 Bus System*, em um *software* de programação. Concluída a aplicação da OEP, é preciso observar uma operação econômica, conquistada com poucas iterações de cálculo e sem haver grande esforço computacional. Estão reunidas informações sobre o método de Otimização por Enxame de Partículas, a forma de aplicação do mesmo e seu funcionamento em um sistema elétrico por meio de pesquisas bibliográficas e publicações científicas, bem como apresentam-se as equações matemáticas e restrições do *IEEE 30 Bus System* adaptadas a um algoritmo computacional para uso no ambiente de simulação do *software* Matlab. Os cálculos de Fluxo de Potência ocorrem por meio de um algoritmo com estrutura matemática do método de Newton-Raphson, cujos resultados são necessários para o funcionamento da OEP. Ocorre uma significativa redução do custo de geração e das perdas no sistema elétrico em questão, que possibilita a comparação com outros métodos de otimização.

Palavras-chave: Meta-heurística. OEP. Sistema Elétrico de Potência.

ABSTRACT

The Electric Power System (EPS) represents physics structures involved in the electric energy transport, from it's generation to consume, having many components involved in this transportation, making it a vultuous system with many variables on operation. To assure unstoppable energy supply, a rigorous real time operation control is needed, which aggregate high cost for companies that work on energy sector, requiring a search on cost reduction with a high service quality pattern.
The work proposes a meta-heuristic algorithm capable of reducing the generation costs, which is known as Particle Swarm Optimization (PSO), where the control variables are the cost functions of the generators. To ensure this algorithm application and cost savings, Power Flow calculations must be performed to determine the operating unknowns of a system by structuring the same "physical" system, represented in the project by the IEEE 30 Bus System, in a programming software. After the application of PSO, it is necessary to observe an economical operation, achieved with few calculus iterations and without great computational effort. Information on the Particle Swarm Optimization method, its application and its operation in an electrical system is gathered through bibliographic research and scientific publications, as well as the mathematical equations and constraints of the IEEE 30 electrical Bus System adapted to a computational algorithm for use in the Matlab simulation software environment. Power flow calculations occur through a mathematical structure algorithm of the Newton-Raphson method, whose results are necessary for PSO operation. There is a significant reduction in the generation cost and losses in the electrical system in question, which allows comparison with other optimization methods.

Keywords: Meta-heuristic. PSO. Electric Power System.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Diagrama Básico do SEP....18
Figura 2 - Linha de Transmissão de b para b'....21
Figura 3 - Modelo π da Linha de Transmissão....21
Figura 4 - Representação de uma Linha de Transmissão....24
Figura 5 - Variação da demanda conforme período do dia....27
Figura 6 - Exemplo de um sistema....29
Figura 7 - Cálculo de Fluxo de Potência em parte do IEEE 30 Bus System....32
Figura 8 - Problema não-convexo com solução única....34
Figura 9 - Curva da função (44)....37
Figura 10 - Representação gráfica da OEP....45
Figura 11 - Representação gráfica do movimento de uma partícula....48
Figura 12 - Fluxograma do algoritmo....49
Figura 13 - Diagrama de rede do IEEE 30 Bus System....50
Figura 14 - Curva de Otimização para o Despacho Econômico....52
Figura 15 - Curva de Otimização para o FPO....53
Figura 16 - Níveis de Tensão nas Barras....54
Figura 17 - Curva de Convergência da Situação 2....56
Figura 18 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 2....57
Figura 19 - Curva de Convergência da Situação 3....58
Figura 20 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 3....58
Figura 21 - Curva de Convergência da Situação 4....59
Figura 22 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 4....59
Figura 23 - Curva de Convergência da Situação 5....60
Figura 24 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 5....61
Figura 25 - Curva de Convergência da Situação 6....61
Figura 26 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 6....62
Figura 27 - Curva de Convergência da Situação 7....63
Figura 28 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 7....63
Figura 29 - Curva de Convergência da Situação 8....64
Figura 30 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 8....64
Figura 31 - Curva de Convergência da Situação 9....65
Figura 32 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 9....66

Figura 33 - Curva de Convergência da Situação 10.....66
Figura 34 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 10.....67
Figura 35 - Nível de Tensão nas barras para a situação 2.....68
Figura 36 - Nível de Tensão nas barras para a situação 5.....68
Figura 37 - Nível de Tensão nas barras para a situação 10.....69
Figura 38 - Curva de convergência da solução ótima 71
Figura 39 - Aproximação da Curva de Convergência.....71
Figura 40 - Sistema de duas barras 84
Figura 41 - Valores encontrados 87

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Características das barras de um sistema.....32
Tabela 2 - Limites de Geração e Coeficientes de Custo dos Geradores.....54
Tabela 3 - Valores de Potências, Perdas e Custos.....55
Tabela 4 - Situações anormais simuladas.....58
Tabela 5 – Valores de Potências, Perdas e Custos após simulações.....58
Tabela 6 - Redistribuição das Cargas.....75
Tabela 7 - Valores de Potências, Perdas e Custos para demanda maior.....75
Tabela 8 - Valores para cada tipo de algoritmo.....77
Tabela 9 - Coeficientes gerais de Perdas.....86
Tabela 10 - Dados das Barras.....86
Tabela 11 - Dados das Linhas de Transmissão.....87

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AC Alternating Current

DC Direct Current

DE Despacho Econômico

EP Evolutionary Programming

FPO Fluxo de Potência Ótimo

HVAC High Voltage Alternating Current

IEEE Institute of Electrical and Electronics Engineers

IEP Improved Evolutionary Programming

ITS Improved Tabu Search

LKC Lei de Kirchhoff para Correntes

LT Linha de Transmissão

NR Newton-Raphson

OEP Otimização por Enxame de Partículas

PSO Particle Swarm Optimization

SADE-ALM Self-Adaptive Differential Evolution with Augmented Lagrande Multiplier

SEP Sistema Elétrico de Potência

TAP Transformer Adjustment Position

TS Tabu Search

TS/AS Tabu Search and Simulated Annealing

UG Unidade Geradora

LISTA DE SÍMBOLOS

r= Resistência de uma Linha de Transmissão;

x= Indutância de uma Linha de Transmissão;

b^c= Susceptância nos terminais da rede;

τ = TAP de transformador;

θs = Variação do ângulo de fase no transformador;

Z = Impedância de uma Linha de Transmissão;

Y = Admitância de uma Linha de Transmissão;

$\hat{\mathrm{Y}}$ = Admitância em fasor de uma Linha de Transmissão;

g = Condutância de uma Linha de Transmissão;

b = Susceptância de uma Linha de Transmissão;

V = Tensão complexa nas barras;

$\boldsymbol{i}$ = Corrente na Linha de Transmissão;

G = Condutância *shunt* entre barras;

B = Susceptância entre barras;

$\mathrm{B}b$ = Conjunto de barras conectadas à barra b;

S^{inj} = Potência Complexa injetada em uma barra;

P^{inj} = Potência Ativa injetada em uma barra;

Q^{inj} = Potência Reativa injetada em uma barra;

C_T = Custo total da Geração ($/hr);

NG = Número de Unidades Geradoras;

i = Índice da unidade Geradora;

C_i = Geração de Energia da unidade i ($/hr);

PG_i = A potência gerada pela unidade i (MW);

PG_T= A potência total gerada no sistema (MW);

a_i, b_i, c_i = Coeficientes do custo de geração da unidade térmica i;

P_D = Potência da carga (MW);

P_L = Perdas (MW);

v = Amplitude de Tensão;

δ = Ângulo de fase da Tensão;

NT: Número de Linhas de Transmissão;

θ = Diferença de ângulos de tensão entre dois terminais;

J= Matriz Jacobiana;

J^{-1}= Matriz Jacobiana Inversa;

$X_N^{(n)}$ = Partícula N na posição da iteração n;

w = Inércia;

$\mathbf{V}$ = Velocidade da Partícula;

c_1, c_2 = Coeficientes individual e global da velocidade das partículas;

r_1, r_2 = Coeficientes randômicos de ambiente dos termos individual e global da velocidade das partículas;

p^i, p^g = Melhores posições individual e global das partículas;

K = Coeficiente de Constrição de (CLERC, 1999);

φ = Coeficiente de Confiança;

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 15
2. SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA - SEP 18
2.1 Otimização na Operação do Sistema Elétrico de Potência 20
2.2 Modelo Matemático de um SEP 20
3. DESPACHO ECONÔMICO NO SEP 26
3.1 O problema do Despacho Econômico 28
4. FLUXO DE POTÊNCIA 31
4.1 Fluxo de Potência Ótimo (FPO) 34
4.2 Cálculo por Newton-Raphson 36
4.3 Fatores Limitantes 41
5. OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS - OEP 43
5.2 Implementação da Otimização por Enxame de Partículas 45
6. ESTUDO DE CASO 50
6.1 Resultados 51
6.1.1 Situações com Fatores Limitantes 54
6.1.2 Aumento da Demanda do Sistema 69
6.1.3 Comparação de Resultados 72
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS 74
REFERÊNCIAS 76
ANEXOS 81
ANEXO A – Tabelas com os Dados do *IEEE 30 Bus System* 81
ANEXO B – Cálculo de Fluxo de Potência por Newton-Raphson 83

1. INTRODUÇÃO

É difícil, atualmente, conceber um mundo sem eletricidade, em virtude de grande parte das nossas necessidades estar vinculada a ela, onde a maioria dos aparelhos/máquinas modernos possuem algum elo com este fenômeno, que cada vez mais molda as nossas relações com o meio em que vivemos. O abstruso sistema responsável pela geração, transmissão e distribuição da eletricidade é chamado de Sistema Elétrico de Potência (SEP), que requer confiabilidade e segurança crescentes por conta da dependência também crescente que a humanidade tem na eletricidade (BUKHSH, 2014).

Por volta de 1890, havia uma rivalidade entre Thomas Edison e George Westinghouse, que ficou conhecida com a “Guerra das Correntes”, que resumidamente era por qual método de transmissão de energia seria melhor, Corrente Alternada (AC) ou Corrente Contínua (DC), onde foram concebidos os primórdios do SEP. Westinghouse “venceu”, por conseguir inaugurar uma usina AC nas cataratas do Niágara, capaz de transportar eletricidade por mais de 320 kilômetros. Nos princípios de Nikola Tesla empregados nessa usina o mundo viu uma evolução do Sistema de Potência, que em menos de 120 anos levou iluminação para todas as cidades do planeta Terra (DANILEVICH, 2002).

Geralmente a energia é produzida longe dos centros consumidores (fato que sofre alterações com os recentes avanços na geração distribuída) e é levada a esses centros por linhas de transmissão. Como dito anteriormente, há iluminação para todas as cidades do planeta, entre outros aspectos elétricos, e isso requer que as linhas de transmissão componham uma rede vultuosa que cobre longas distâncias geográficas. Não obstante ao tamanho que o SEP possui, há certas idiossincrasias com as quais os profissionais envolvidos no desenvolvimento do mesmo se deparam, como a impossibilidade de armazenamento de grandes quantidades de energia elétrica. Portanto a geração e demanda devem estar compatíveis em tempo real. Diferente também das instalações com gás nas fábricas antigas, não há válvulas para direcionar o fluxo de eletricidade, ela segue as leis de Kirchhoff, onde as possibilidades se resumem nas manobras em alguns alimentadores no caso de falhas ou manutenções. Essas e outras propriedades tornam o Sistema de Potência um desafio diário no que tange à otimização de fatores como controle, operação, segurança, economia, etc (SCHAVEMAKER & SLUIS, 2008).

O maior foco desse sistema sempre foi na geração de energia, uma vez que o controle está diretamente ligado nas características de geração, pois os geradores reagem instantaneamente às mudanças de carga. Há questões atuais que buscam tornar o lado da carga mais “controlável”, como os recentes avanços na geração distribuída e também por meio da alteração das tarifas quanto aos postos horários de ponta e fora de ponta, para uma maior segurança e economia na transmissão/distribuição da energia, porém, ainda assim o controle substancial do sistema reside nos geradores (BUKHSH, 2014) (MARTINEZ, 2010) (ANEEL, 2010).

Para o controle do sistema, existem diversos *softwares* que empregam métodos matemáticos determinísticos para o cálculo de fluxo de potência e posteriores manobras no SEP. Há um modelo matemático que recentemente pôde ser empregado nesse controle, chamado Otimização por Enxame de Partículas (OEP) que é baseado nos princípios de psicologia social e opera de modo análogo, por meio de programação computacional, ao comportamento de revoadas, cardumes, enxames, etc. A palavra “partícula” representa, por exemplo, um peixe no cardume ou uma abelha no enxame, e cada partícula se comporta de acordo com sua própria inteligência e com o conhecimento adquirido pelo grupo. Este método é um algoritmo baseado em comportamento (difere dos algoritmos geneticamente baseados) e foi apresentado pela primeira vez por Kennedy e Eberhart em 1995 (KENNEDY & EBERHART, 1995);

A otimização do funcionamento de sistemas elétricos é importante para tornar a operação do sistema mais segura, estável e econômica, enquanto satisfaz as restrições das equações de Fluxo de Potência em Corrente Alternada, segurança e limites de operação dos equipamentos do sistema, além de manter valores de encontro à demanda energética. Com o crescimento e aumento vultuoso da complexidade dos sistemas elétricos, são necessários programas computacionais que possam englobar essa complexidade aliada a um tempo de resposta rápido, visando atingir os objetivos de operação descritos anteriormente, fator que é contemplado por métodos meta-heurísticos recentes.

Em virtude do problema matemático do Fluxo de Potência Ótimo ser de aspecto grande, não-linear, com geometria não-convexa e complexo, ele geralmente apresenta uma convergência da curva de otimização demorada, que necessita de várias iterações em aproximações matemáticas convencionais. O maior mérito da Otimização por Enxame de Partículas é a sua convergência rápida para um valor

aceitável de solução global, fruto de elementos aleatórios incluídos em sua formulação, que depois de montada em *software* apresenta resultados rapidamente, mesmo para computadores convencionais.

Como atualmente existem diversas concessionárias envolvidas na matriz energética nacional, e inerente à essas empresas privadas está a maximização dos lucros, é de interesse diminuir as perdas e encontrar os melhores períodos para geração de energia com a finalidade de reduzir custos. Esses aspectos que se buscam melhorar necessitam de análise computacional e simulação, sendo possível essa melhoria por meio do algoritmo proposto.

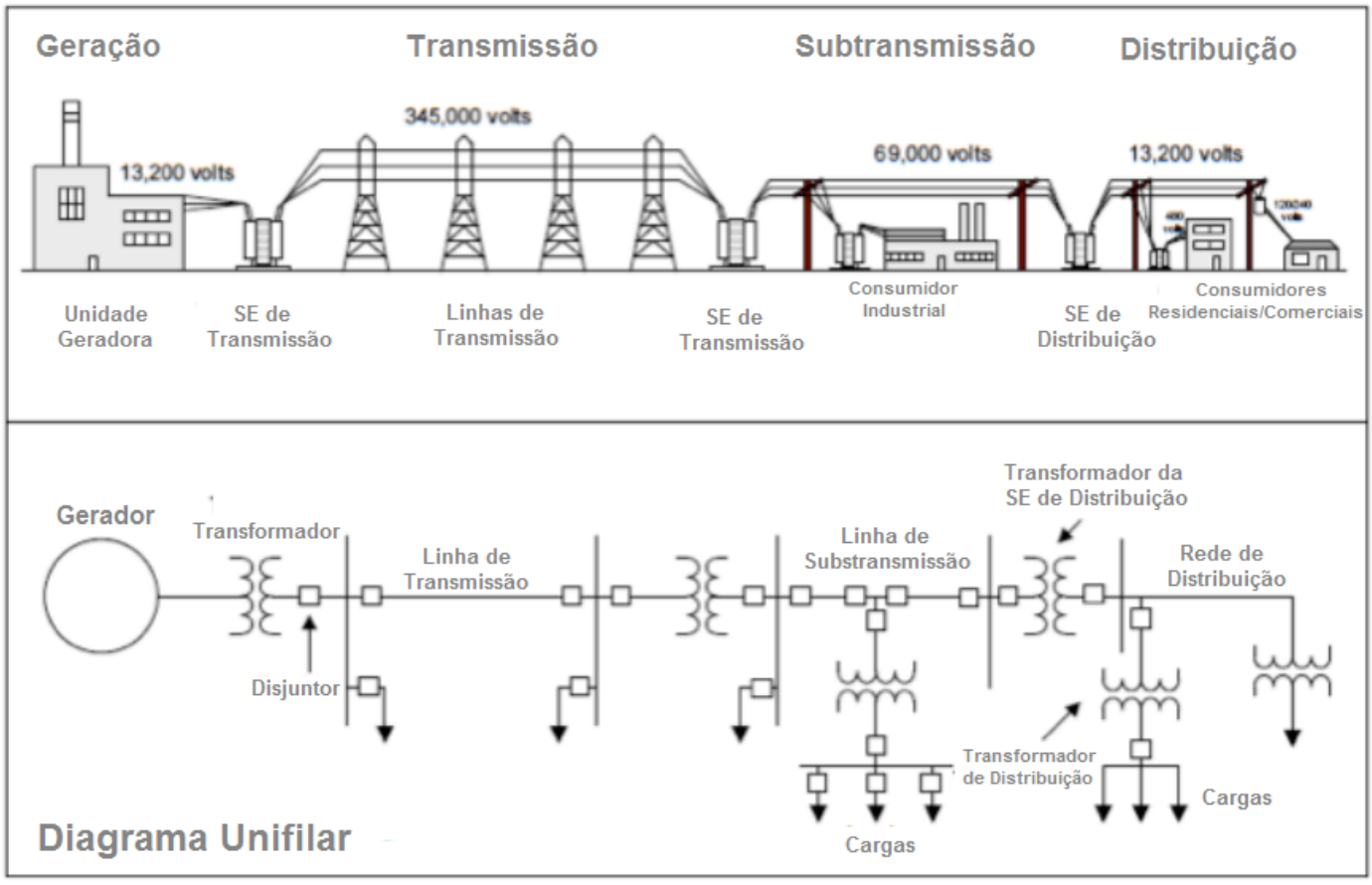
No presente trabalho, ocorrerá o estudo deste método de otimização para um aspecto de operação do SEP, conhecido como Fluxo de Potência Ótimo (FPO), aplicando o método da OEP com a finalidade de reduzir o custo de geração e manter a operação dentro dos limites das estruturas físicas perante as restrições do sistema elétrico por meio do ambiente de simulação computacional do *software* Matlab, utilizando como base de testes os valores da estrutura do *IEEE 30 Bus System*. Objetiva-se desta forma a busca pela melhor solução global para o sistema, e comparar a otimização (redução do custo de geração) com outros métodos meta-heurísticos. No Referencial Teórico serão expostos os principais e mais básicos conceitos acerca do assunto, necessários para o desenvolvimento e estruturação do projeto final.

2. SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA - SEP

Apesar da complexidade que o Sistema de Potência apresenta, ele pode ser classificado de acordo com alguns elementos básicos, que são: Geração, Rede de Transmissão, Rede de Distribuição e Demanda. Existem mais componentes, contudo é possível reduzir a esses quatro conceitos básicos para compreendê-lo (SAUER & PAI, 1997).

Na Figura 1 é possível verificar o esquema básico do Sistema Elétrico de Potência, indicando as etapas de funcionamento bem como a tradução dos elementos para o diagrama unifilar. Há diversas configurações possíveis além da apresentada na imagem.

Figura 1 - Diagrama Básico do SEP



FONTE: adaptado de STETZ, 2014

Atualmente não há tecnologia economicamente viável para captação de eletricidade diretamente da natureza para uso público em grande escala, portanto ela precisa ser convertida de uma fonte primária de energia. Existem diversos tipos de

energia e conforme o tipo de gerador, uma é determinada para o funcionamento do mesmo na conversão dessa energia em eletricidade, onde as mais comuns levando em consideração o uso global de matéria prima são Carvão, Gás Natural, Biomassa, entre outras (EPE, 2018).

A eletricidade produzida nos geradores é conectada à demanda através das linhas de transmissão. Uma parcela da potência elétrica sempre é perdida nesse processo, em virtude das características resistivas dos cabos e, nas transmissões de Alta Tensão em Corrente Alternada (*High Voltage Alternating Current* - HVAC) há também perdas reativas nesse processo. Em termos matemáticos, a potência é caracterizada por ser o valor de tensão multiplicado pela corrente elétrica, destarte, é possível elevar a tensão e diminuir a corrente mantendo uma mesma amplitude de potência. As perdas nas linhas são congruentes a termos matemáticos que multiplicam o quadrado do valor da corrente elétrica pela resistência elétrica das linhas, logo, as perdas crescem/diminuem quadraticamente conforme é elevada/diminuída a corrente, em vista disso é realizada a transmissão de energia com a tensão elevada. Na distribuição trabalha-se com a tensão baixa por motivos de segurança e porque é necessária uma maior corrente na carga para atender fenômenos como o torque em motores elétricos (BUKHSH, 2014). Em 2017 a rede elétrica brasileira totalizou 15,7% de perdas, onde a maior porcentagem se concentra nas redes de distribuição, por conta da maior corrente elétrica (EPE, 2018).

Na Figura 1 é possível verificar que o SEP consiste de “partes” com diferentes níveis de tensão. Para uma análise mais rápida e fácil, utiliza-se o sistema *por unidade* (p.u.). O sistema p.u. permite que sejam realizados cálculos sem a necessidade de alterar a escala toda vez que fizer a análise em uma área com nível de tensão diferente de uma mesma rede. Admitindo-se que *V*, *I*, *S* e *Z* sejam tensão, corrente, potência aparente e impedância respectivamente, sua conversão em p.u. é dada por (MOHAN, 2016):

$$Vpu = \frac{V}{Vbase} \quad (1)$$

$$Ipu = \frac{I}{Ibase} \quad (2)$$

$$Spu = \frac{S}{Sbase} \quad (3)$$

$$Zpu = \frac{Z}{Zbase} \quad (4)$$

Com os valores de base da corrente e da impedância, é possível calcular todos os outros valores, pelo que segue:

$$Ibase = \frac{Sbase}{Vbase} \quad (5)$$

$$Zbase = \frac{Vbase}{Ibase} \quad (6)$$

2.1 Otimização na Operação do Sistema Elétrico de Potência

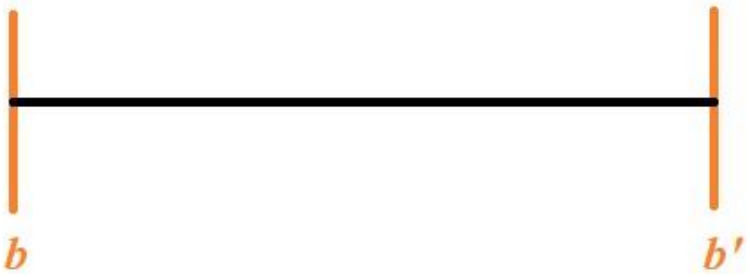
A otimização tem um papel importante quando há o interesse de expansão de uma rede elétrica. Encontrar custo-benefício nas adições de capacidade de geração de um SEP existente é um desafio maior (KOTHARI; DHILLON, 2010) (KOTHARI, 2012). Modelos de otimização são usados em tempo real ou curto espaço de tempo para determinar o momento de acionamento/desacionamento dos geradores, ou determinar quando irá ocorrer o “câmbio” de geradores e a quantidade de energia gerada operando dentro dos limites práticos para satisfazer a demanda (BUKHSH, 2013).

A otimização nos SEP apresenta dificuldades como a não-linearidade das leis de Kirchhoff, redes elétricas grandes e complexas, restrições diversas, entre outros fatores que dificultam o desenvolvimento de algoritmos computacionais para esse fim (TUAIMAH; METEB, 2012). Há também a operação em critério “n-1”, onde a falha de um dos componentes do sistema não deve comprometer a segurança do SEP, ou no Reino Unido, em que se opera com o critério “n-2”. Questões como essa acabam por acrescentar grande complexidade para a otimização (BUKHSH, 2014).

2.2 Modelo Matemático de um SEP

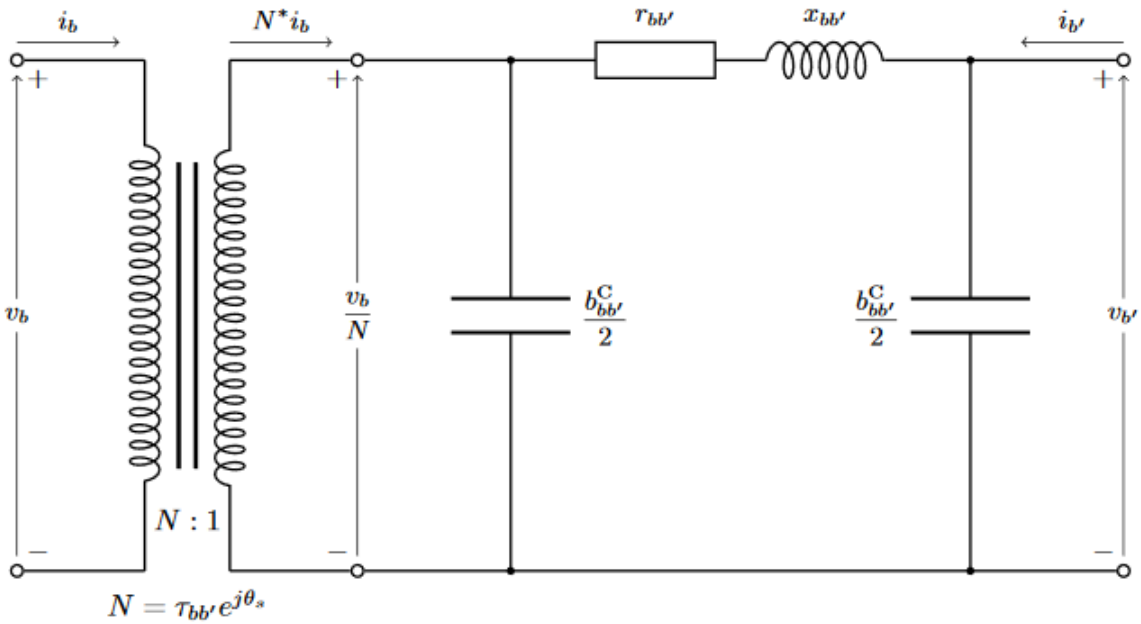
Para a elaboração de um algoritmo que utilize a OEP no Matlab, é preciso que o SEP seja traduzido em um modelo matemático onde seja possível observar o fluxo de potência. Os *softwares* existentes de controle de operação em LT’s se baseiam em modelos matemáticos onde é possível observar as leis de Kirchhoff, ou mesmo para cálculos de problemas simples (ANDERSSON, 2012). Nesta seção será apresentado um modelo matemático para a LT da Figura 2.

Figura 2 - Linha de Transmissão de b para b'



FONTE: autor

Figura 3 - Modelo π da Linha de Transmissão



FONTE: BUKHSH, 2014

Considere a LT da Figura 2, e seu circuito equivalente na Figura 3, mais conhecido como modelo π da Linha de Transmissão. No modelo equivalente, $r_{bb'}$ e $x_{bb'}$ representam respectivamente a impedância e a indutância da LT, e $b^C_{bb'}$ representa a susceptância, que possui o valor dividido e está disposta nos terminais da rede. A τbb denota o TAP (*Transformer Adjustment Position*) e θs significa a variação do ângulo de fase no transformador (considerada-se como zero para fins de simplificação). A impedância da linha (b, b') é definida como $Z_{bb'} = r_{bb'} + jx_{bb'}$. O

inverso da impedância é conhecido como admitância, definida como $Y_{bb'} = g_{bb'} + jb_{bb'}$, em que $g_{bb'}$ denota a condutância e $b_{bb'}$a susceptância.

A tensão complexa nas barras b e b' é representada, respectivamente, por Vb e Vb', $\boldsymbol{i}bb'$ e $\boldsymbol{i}b'b$ representam a corrente indo para a linha bb' e saindo de b e b' respectivamente. Eles são dados pelas seguintes equações:

$$\tau bb'\boldsymbol{i}bb' = \frac{Vb}{\tau bb'}\frac{jb^{C}_{bb'}}{2} + (\frac{Vb}{\tau bb'} - Vb')(g_{bb'} + jb_{bb'}) \quad (7)$$

$$\boldsymbol{i}b'b = Vb'^{\frac{jb^{C}_{bb'}}{2}} + (Vb' - \frac{Vb}{\tau bb'})(g_{bb'} + jb_{bb'}) \quad (8)$$

O fluxo de corrente na linha bb' saindo da barra b é $\tau bb'\boldsymbol{i}bb'$, e a tensão na barra b é $\frac{Vb}{\tau bb'}$, pois o transformador é considerado do lado b da linha. Quando não existe transformador entre as barras, então $\tau bb'$ = 1. As equações (7) e (8) podem ser reescritas respectivamente, da seguinte forma:

$$\tau bb'\boldsymbol{i}bb' = (g_{bb'} + j(b_{bb'} + \frac{b^{C}_{bb'}}{2}))\ \frac{Vb}{\tau bb'} - (g_{bb'} + jb_{bb'})V_{b'} \quad (9)$$

$$\boldsymbol{i}b'b = (g_{bb'} + j(b_{bb'} + \frac{b^{C}_{bb'}}{2}))Vb' - (g_{bb'} + jb_{bb'})\frac{Vb}{\tau bb'} \quad (10)$$

De modo que:

$$\boldsymbol{i}bb' = \hat{\mathrm{Y}}bb'Vb + Ybb'Vb' \quad (11)$$

$$\boldsymbol{i}b'b = Yb'bVb + \hat{\mathrm{Y}}b'bVb' \quad (12)$$

Com $\hat{\mathrm{Y}}$ representando admitância fasorial, onde:

$$\tau^{2}_{bb'}\ \hat{\mathrm{Y}}bb' = \hat{\mathrm{Y}}b'b = (g_{bb'} + j(b_{bb'} + \frac{b^{C}_{bb'}}{2})), \quad (13)$$

$$Yb'b = Ybb' = (Gbb' + jBbb'), \quad (14)$$

$$g_{bb'} = -\tau bb'Gbb' = -\tau bb'Gb'b = Gb'b', \quad (15)$$

$$b_{bb'} + 0{,}5b^{C}_{bb'} = Bb'b', \quad (16)$$

$$-bbb' = \tau bb'Bb'b = \tau bb'Bbb'. \quad (17)$$

Onde Gbb' representa a condutância *shunt* entre as barras b e b' e $jBbb'$a susceptância entre as barras b e b'.

Agora é necessário aplicar a Lei de Kirchhoff para Correntes (LKC) de forma que essas equações sejam aplicáveis a um sistema com n^B barras. A LKC postula que a corrente entrando em qualquer ponto do circuito é igual à corrente saindo desse mesmo ponto (BUKHSH, 2014). Aplicando LKC ao ponto b:

$$\boldsymbol{i}b = \sum_{b\prime\in \mathrm{B}b} \boldsymbol{i}bb' = Vb \sum_{b\prime\in \mathrm{B}b} \hat{\mathrm{Y}}bb' + \sum_{b\prime\in \mathrm{B}b} Ybb'Vb' \tag{18}$$

Em que $\mathrm{B}b$ é o conjunto de barras conectadas à barra b, e $\boldsymbol{i}b$ é a corrente total da barra b circulando nas linhas conectadas à ela, e de acordo com a LKC é a corrente que entra nessa barra, de fora da rede. O $\sum_{b\prime\in \mathrm{B}b} Ybb'$ representa a própria admitância da barra b, e pode ser representada por Ybb=$\sum_{b\prime\in \mathrm{B}b} \hat{\mathrm{Y}}bb'$ (BUKHSH, 2014). Desse modo, torna-se possível aplicar LKC para todas as barras do circuito, formando o seguinte conjunto de equações:

$$\boldsymbol{i}1 = Y_{11}v_1 + Y_{12}v_2 + \cdots + Y_{1n^B}v_{n^B} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{i}2 = Y_{21}v_1 + Y_{22}v_2 + \cdots + Y_{2n^B}v_{n^B} \tag{20}$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \ddots \quad \vdots$$

$$\boldsymbol{i}b = Y_{b1}v_1 + Y_{b2}v_2 + \cdots + Y_{bn^B}v_{n^B} \tag{21}$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \ddots \quad \vdots$$

$$\boldsymbol{i}n^B = Y_{n1}v_1 + Y_{n2}v_2 + \cdots + Y_{n^B}v_{n^B} \tag{22}$$

A equação (15) pode ser representada como vetor:

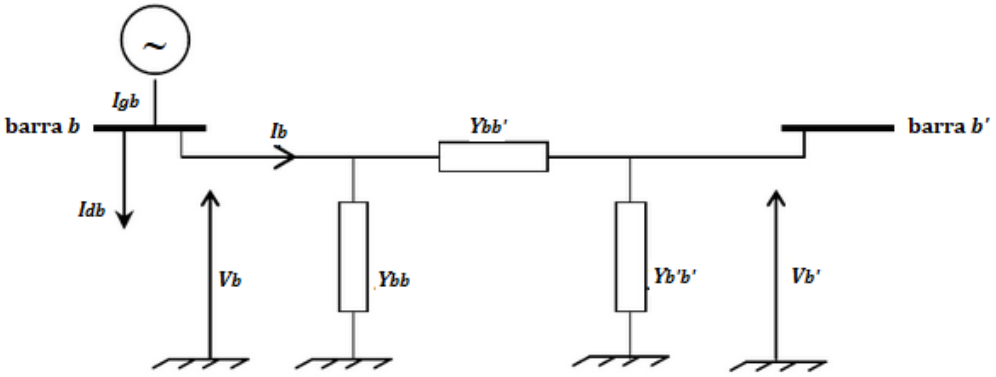
$$\mathbf{I} = \mathbf{YV} \tag{23}$$

Onde **I** e **V** são matrizes complexas $n^B\ x\ 1$, isto é, **I** = [$\boldsymbol{i}1$, $\boldsymbol{i}2$, ..., $\boldsymbol{i}\ n^B$], e **V** = [v_1, v_2, ..., $v\ n^B$] e a matriz de admitância $n^B\ x\ n^B$ (onde os valores presentes na diagonal da matriz representam a própria admitância de cada barra, e os valores fora da diagonal representam a admitância mútua entre as barras) da rede é dada por (BUKHSH, 2014):

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y_{11}} & \mathbf{Y_{12}} & \cdots & \mathbf{Y}_{1n^B} \\ \mathbf{Y_{21}} & \mathbf{Y_{22}} & \cdots & \mathbf{Y}_{2n^B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Y}_{n^B 1} & \mathbf{Y}_{n2} & \cdots & \mathbf{Y}_{n^B n^B} \end{pmatrix} \quad (24)$$

A partir dessas deduções, pode-se representar o modelo π de uma Linha de Transmissão de maneira semelhante a de HACHMI et al. (2018), desconsiderando a simbologia com pequenas diferenças quanto às deduções anteriores utilizadas para a representação do Sistema Elétrico de Potência, conforme Figura 4 a seguir.

Figura 4 - Representação de uma Linha de Transmissão



FONTE: adaptado de HACHMI. et al, 2018

Potência complexa é definida como o produto da tensão com o conjugado complexo da corrente. A parte real desse valor é a Potência Ativa, e a parte imaginária é a Potência Reativa. A quantidade de potência complexa injetada na barra b, que vem de fora da rede, denotada por S_b^{inj}, é dada por (BUKHSH, 2014):

$$S_b^{inj} = P_b^{inj} + jQ_b^{inj} = V_b \boldsymbol{i}_b^* \quad (25)$$

Onde P_b^{inj} e Q_b^{inj} são as injeções de potência ativa e reativa, respectivamente, na barra b. Ao usar o valor de $\boldsymbol{i}b$ de (19) a (22) em (25), obtém-se o seguinte:

$$P_b^{inj} = \boldsymbol{R}\left(\mathbf{v}b \sum_{b'=1}^{n^B} \mathrm{Y}_{bb'}^* V_{bb'}^*\right) \quad (26)$$

$$Q_b^{inj} = \boldsymbol{I}\left(\mathbf{v}b \sum_{b'=1}^{n^B} \mathrm{Y}_{bb'}^* V_{bb'}^*\right) \quad (27)$$

Expressa-se a tensão complexa V_b em termos polares como: V_b = v_b (sen θ_b + cos θ_b), onde v_b é a amplitude de tensão e θ_b é o ângulo da tensão (ângulo do fator de potência). Ao usar a forma polar da tensão em (26) e (27), e expondo a admitância da linha em termos de condutância e susceptância, onde B_b é o conjunto de barras conectadas à barra *b* por uma linha, obtém-se as equações de fluxo de potência:

$$P_b^{inj} = \sum_{b' \in Bb}(\ v_b^2 G_{bb} + v_b v_{b'}(G_{bb'} \cos(\theta_b - \theta_{b'}) + B_{bb'} sen(\theta_b - \theta_{b'}))) \quad (28)$$

$$Q_b^{inj} = \sum_{b' \in Bb}(-v_b^2 B_{bb} + v_b v_{b'}(G_{bb'} \operatorname{sen}(\theta_b - \theta_{b'}) + B_{bb'} cos(\theta_b - \theta_{b'}))) \quad (29)$$

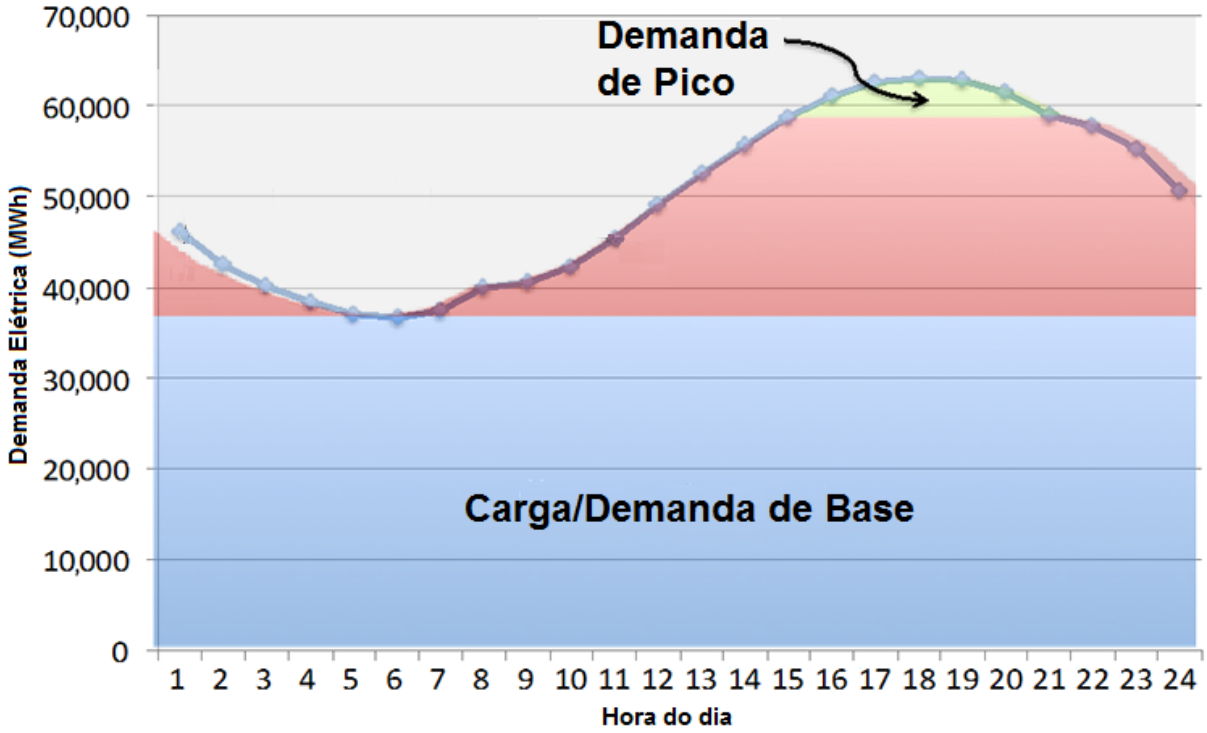
3. DESPACHO ECONÔMICO NO SEP

Em virtude de não ser factível o armazenamento de grandes níveis de energia elétrica na rede de energia elétrica, a operação do sistema ajusta continuamente a potência gerada nas unidades geradoras de forma a satisfazer a demanda. Esse processo é chamado de “Despacho” e existem fundamentalmente duas etapas que ocorrem: a primeira etapa consiste na decisão de qual das unidades geradoras será ligada ou desligada da rede, de forma a antever a harmonia entre energia produzida e demanda; a segunda consiste no Despacho de Energia, onde as unidades geradoras em operação são configuradas para operarem em níveis que satisfaçam as cargas, onde essa configuração é primordialmente conduzida por fatores econômicos (XIONG. et al, 2018).

Existe uma certa quantidade de energia que deve ser suprida durante toda hora, que é conhecida como Carga de Base. Existem também horários nos quais os níveis de carga tomam valores mais altos, geralmente durante algum momento do dia onde há funcionamento intenso da indústria, por exemplo, nos quais algumas unidades geradoras devem estar agendadas para funcionar nesses horários e não em outros. Por fim, existem os horários nos quais a demanda é extremamente alta, conhecidos como horários de pico, que necessitam de unidades geradoras que possam entrar rapidamente em funcionamento (que geralmente possuem valor elevado de energia, como termelétricas) (PENNSTATE, 2019).

Na Figura 5 é possível observar a curva de variação de demanda ao longo do dia, com os períodos de Carga de Base ou dos horários de Carga de Pico. Alguns aspectos das decisões para operação de unidades geradoras consiste em escolher as que possuem custo de geração mais barato para operarem ininterruptamente suprindo a Carga de Base (geralmente usinas nucleares ou hidrelétricas, dependendo da região), e outras com um custo um pouco mais elevado, porém relativamente rápidas para serem acionadas durante alguns horários do dia e por fim, selecionar unidades geradoras para serem ativadas nos horários de pico, às vezes somente por alguns minutos do dia, para satisfazer a demanda, essas são as que possuem maior custo de geração (PENNSTATE, 2019).

Figura 5 - Variação da demanda conforme período do dia



FONTE: adaptado de PENNSTATE, 2019

Em um SEP com dado número de unidades geradoras, o problema do Despacho Econômico congloba em determinar quanta potência cada gerador deve produzir para cada valor de demanda, enquanto minimiza os custos totais de operação de modo que a equação mantenha o valor de combustível em um ponto mínimo. Para sistemas vultuosos, essa determinação ocorre de forma não-linear por conta das muitas variáveis envolvidas na operação de um SEP (TANG. et al, 2018).

Os métodos mais convencionais para encontrar uma solução para Despacho Econômico são o Método de Multiplicação de Lagrange, Método da Iteração Lambda e também o Método de Newton-Raphson, bem como a OEP, todavia esta ainda não se apresenta sob o título de “convencional”. Contudo, existe um obstáculo nos métodos convencionais para o Despacho Econômico Ótimo que é a mudança de carga em tempo real, onde os cálculos precisam ser executados repetidamente e cada solução possui uma demanda de tempo considerável, porém esta questão é um problema para estudos futuros (DIKE. et al, 2013) (ATTOUS & LABBI, 2009).

O Despacho Econômico ocorre por meio do processamento computacional onde a demanda requer geração, e esta é distribuída entre as unidades geradoras em

operação, minimizando o critério de custo pré-selecionado por meio de processos iterativos, subordinando a distribuição da potência à restrições físicas, de operação, e da carga. Há controle do SEP quanto ao gerenciamento de energia em tempo real, onde os programas alocam a geração por rotas e unidades disponíveis. Como mencionado anteriormente, para que ocorra esse gerenciamento em tempo real é necessário que os cálculos executados pelos métodos de otimização acompanhem a mudança das cargas (bem como os fatores de geração distribuída atualmente) com a maior velocidade possível, visto que a variação da demanda ocorre a todo instante (TANG. et al, 2018).

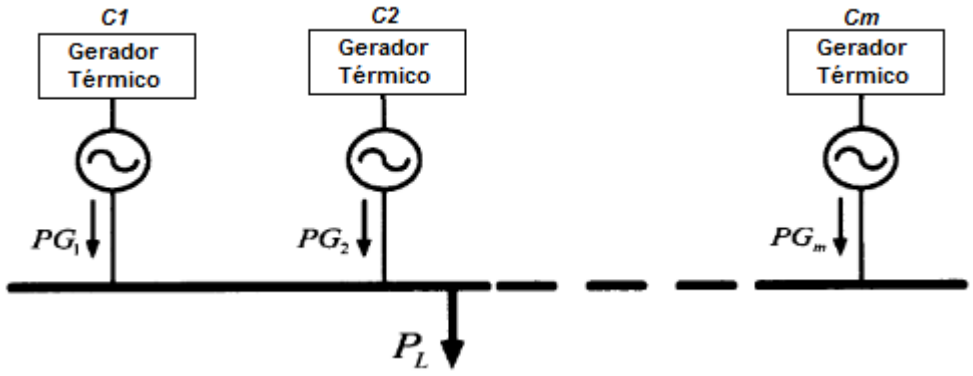
A OEP já apresenta resultados ótimos dentro de um lapso temporal aceitável dada a sua simplicidade de estrutura. Novos métodos baseados em lógica *Fuzzy*, algoritmos genéticos, redes neurais entre outros apresentam também soluções ótimas com velocidade superior a dos meios convencionais, havendo também a possibilidade de implementação destes para gerenciamento de energia em tempo real (PANTA. et al, 2007). O foco deste trabalho reside na busca por uma solução ótima para demanda específica, não havendo variação de carga em tempo real, apenas a estruturação e funcionamento do algoritmo.

Há questões mais onerosas para o Despacho Econômico em tempo real onde são considerados erros de medição nos valores fornecidos para o controle da geração, em que pode ser extrapolado algum limite físico de estruturas, e também a crescente expansão da geração distribuída, que torna a “previsão” de manobras e operações mais difícil.

3.1 O problema do Despacho Econômico

Para compreensão do problema, será utilizada uma estrutura básica com *m* unidades geradoras, conforme Figura 6. Estas unidades geradoras estão interligadas por meio de uma única barra, fornecendo a potência elétrica demandada pela carga. O valor de entrada de cada unidade, denotada por *C*, representa a taxa de custo. O valor de saída *PG* representa a potência elétrica gerada por cada unidade em particular. A taxa total de custo do sistema é a soma das taxas particulares e a principal restrição é a de que a soma das potências de saída deve igualar a demanda (TANG. et al, 2018).

Figura 6 - Exemplo de um sistema



FONTE: autor

A função de custo C_T é a função objetiva do problema, e representa o custo total para suprir a carga indicada. O problema consiste em minimizar a função de custo satisfazendo as restrições de igualdade entre carga e potência gerada. Observa-se que as perdas na transmissão estão omissasbem como os limites operacionais, objetivando somente a redução de custo. Matematicamente representa-se o problema por (30)-(33), onde em (33) está expressa a função de custo para geradores térmicos (WOOD & WOLLENBERG, 1996):

$$C_T = C_1 + C_2 + \ldots + C_{NG} = \sum_{i=1}^{NG} C_i(PG_i) \quad (30)$$

$$PG_T = PG_1 + PG_2 + \ldots + PG_{NG} = \sum_{i=1}^{NG} PG_i \quad (31)$$

$$\phi = 0 = P_D - \sum_{i=1}^{NG} PG_i \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^{NG} C_i(PG_i) = \sum_{i=1}^{NG} (a_i + b_i PG_I + c_i PG_I^2) \quad (33)$$

Onde:

NG = Número de unidades geradoras;

i = Índice da unidade geradora;

C_i = Geração de combustível da unidade i ($/hr);

C_T = O custo total da geração por combustível no Sistema ($/hr);

PG_i = A potência gerada pela unidade i (MW);

PG_T= A potência total gerada no sistema (MW);

a_i, b_i, c_i = Coeficientes do custo de geração da unidade térmica i

O balanço de Potência segue conforme (34):

$$\sum_{i=1}^{NG} PG_i = P_D + P_L \quad (34)$$

Onde:

P_D = Potência da carga (MW);

P_L = Perdas (MW).

Os limites de geração de cada unidade seguem conforme (35):

$$PG_{imin} \leq PG_i \leq PG_{imax} \quad (35)$$

Onde:

PG_{imin} = Capacidade mínima de geração da unidade i (MW);

PG_{imax} = Capacidade máxima de geração da unidade i (MW).

As perdas são calculadas sem levar em conta as diversas restrições os Sistema em questão sendo para isso, no Despacho Econômico, utilizado o método dos Coeficientes Beta. Tal método considera que as derivadas parciais dos ângulos de tensão com relação à potência de saída das Unidades Geradoras é independente das variações da carga e dos níveis de potência programados para serem gerados (HILL & STEVENSON, 1968) (DHILLON & KOTHARI, 1993) e é dado pela equação (36). Os valores dos coeficientes constam no ANEXO A.

$$PL = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} P_i B y P_j + \sum_{i=1}^{n} B0P_i + B00 \quad (36)$$

A partir dessas formulações, é possível fazer uso de programas para reduzir a função objetivo e encontrar uma solução satisfatória. Para a implementação na OEP serão feitas alterações e incrementações nas equações, abordadas em capítulo posterior.

4. FLUXO DE POTÊNCIA

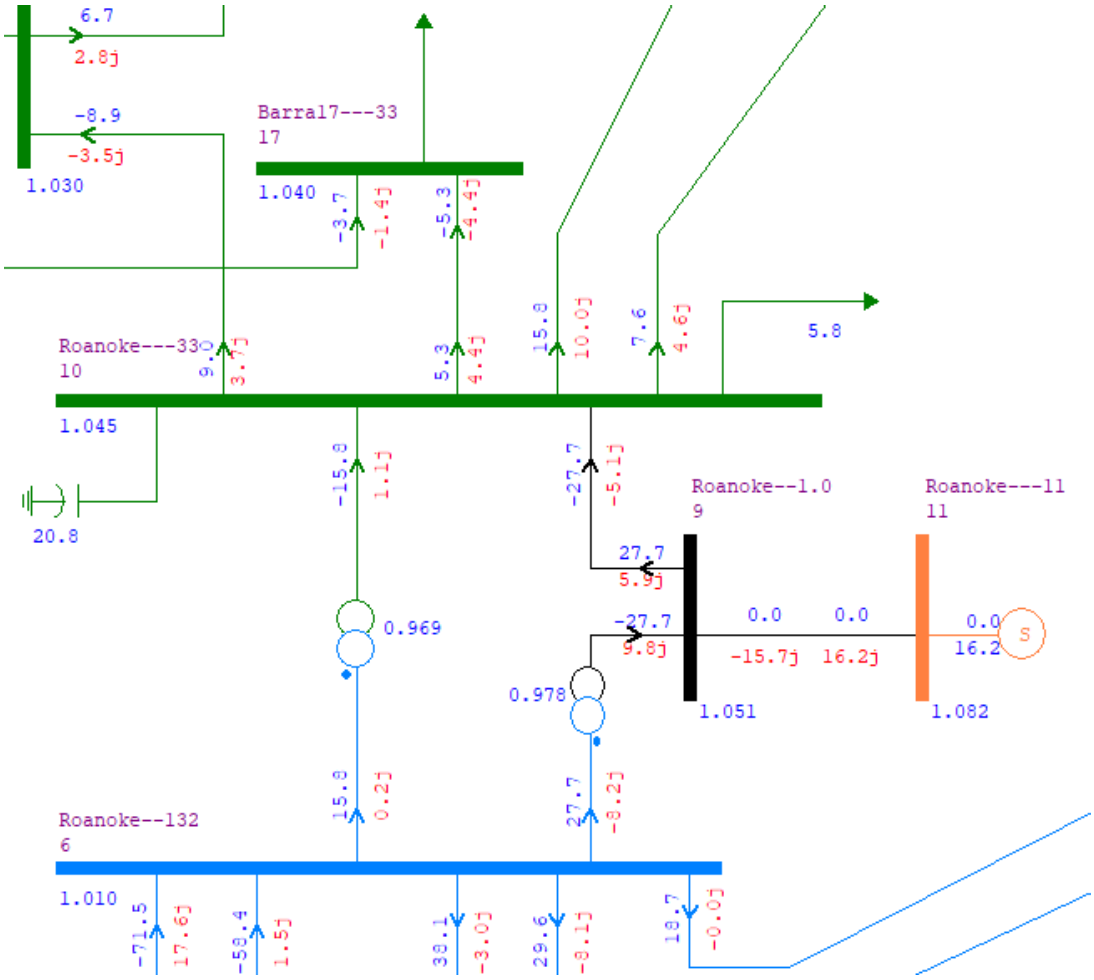
Fluxo de Potência, ou Fluxo de Carga em uma rede consiste na determinação do estado da mesma quanto a distribuição do fluxo e outras grandezas. Essa determinação ocorre levando em conta a rede elétrica como “estática” e a caracterização dos fenômenos ocorre por meio de equações e inequações algébricas. Efeitos transitórios não são considerados, de forma que a abordagem ocorre em situações nas quais as variações no tempo são suaves o suficiente para permitir uma análise estática. Como as redes possuem diversos elementos incorporados, equações não-lineares características e métodos iterativos para sua solução, a análise é majoritariamente realizada em ambiente computacional (MONTICELLI, 1983) (AFOLABI. et al, 2015).

É necessário, muitas vezes, no planejamento de redes, simular fluxos de carga e níveis de tensão para as mais diversas condições de demanda, levando em conta situações de contingência, como perda de Linhas de Transmissão ou de barras de geração. Para os casos nos quais o sistema considerado não é capaz de satisfazer todas as demandas para algumas das situações de contingência consideradas, é necessário alterar alguns dos valores para as variáveis de controle (livres) nas quais isso é possível (como níveis de tensão ou potência gerada) e reforçar o sistema adicionando Linhas de Transmissão, Subestações, Capacitores, entre outros itens. Por vezes isso exige bastante tempo, que pode ser reduzido pela análise através do Fluxo de Potência Ótimo (FPO), o qual encontra os melhores valores para as variáveis livres, de forma que satisfaçam as cargas para as contingências que venham a se considerar. Por este motivo diz-se que o Fluxo de Potência Ótimo pode ser usado tanto na operação de um sistema como no planejamento da expansão do mesmo (PESCHON, 1972)

O Fluxo de Potência convencional busca uma solução determinística para a equação de potência de um SEP, tratando-se mais de uma questão de viabilidade de funcionamento. Não existe função objetiva a ser satisfeita, o objetivo é calcular todas as tensões e injeções de potência nas barras. A forma clássica de representação das grandezas é com coordenadas polares (FRANK & REBENNACK, 2016). Na Figura 7 observa-se a solução encontrada para o Fluxo de Potência no *software* Anarede, do Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (Cepel), para parte do Sistema de 30 barras da IEEE, onde é possível observar as setas pequenas nas Linhas de Transmissão,

que representam a direção do Fluxo de Potência, o qual toma sentidos demasiados complexos para cálculo sem a utilização de um *software*.

Figura 7 - Cálculo de Fluxo de Potência em parte do *IEEE 30 Bus System*



FONTE: autor

Cada barra de um sistema possui 4 (quatro) variáveis, sendo elas a injeção de potência ativa P_b^{inj}, a injeção de potência reativa Q_b^{inj}, magnitude de tensão V e ângulo de fase δ da tensão, e é regida por duas equações. Destarte, uma solução determinística para o problema do Fluxo de Potência exige que pelo menos duas das quatro variáveis estejam conhecidas em cada barra. Existem três tipos de classificações para as barras de um sistema (FRANK & REBENNACK, 2016).

Barra *slack*: Nesta barra, que também é conhecida como barra de referência, barra *swing* ou barra de folga (*swing bus*, *slack bus*), são conhecidos os valores de magnitude de tensão e o ângulo de fase, deixando como variáveis as injeções de potência ativa e reativa. Ela serve como barra de referência no sistema, possuindo

tipicamente $V = 1\ p.u.$ e $\delta = 0°$. É a única barra com variação tanto de potência ativa como reativa, garantindo uma solução para o fluxo de potência. Só existe uma barra *slack* em cada sistema (MOHAN, 2016).

Barra de carga: Esta também é conhecida como barra PQ, ou *load bus*, onde as injeções de potência são fixas e os valores de magnitude e ângulo de tensão variam (MOHAN, 2016).

Barra de tensão controlada: Também conhecida como barra PV, possui os valores de injeção de potência e de magnitude de tensão fixos, enquanto os valores de injeção de potência reativa e o ângulo de fase de tensão variam. É o equivalente ao afirmar que uma fonte de potência reativa pode regular os níveis de tensão para um valor desejado (MOHAN, 2016).

Na Tabela 1 a seguir estão expostos os tipos de barras e suas características. Definindo as barras desta forma estabelece-se um número igual de equações e incógnitas.

Tabela 1 - Características das barras de um sistema

Tipo de barra	*Slack*	PQ	PV
Valor conhecido	V, δ	P_b^{inj}, Q_b^{inj}	V, P_b^{inj}
Valor desconhecido	P_b^{inj}, Q_b^{inj}	V, δ	Q_b^{inj}, δ
Nº de equações	0	2	1

FONTE: autor

Ao considerarmos o conjunto de geradores como NG, NGb e Db o número de geradores e a demanda na barra b, P_g^G e Q_g^G as potências ativa e reativa geradas na barra g, P_d^D e Q_d^D a demanda de potência ativa e reativa na barra d, a magnitude de tensão V e o ângulo de fase δ em uma barra, é possível esboçar as equações de equilíbrio de potência ativa e reativa na barra $b \in \mathrm{B}$ como:

$$P_b^{inj}(V,\ \delta) = \sum_{g \in NGb} Pg - \sum_{d \in Db} P_d^D, \tag{37}$$

$$Q_b^{inj}(V,\ \delta) = \sum_{g \in NGb} Qg - \sum_{d \in Db} Q_d^D. \tag{38}$$

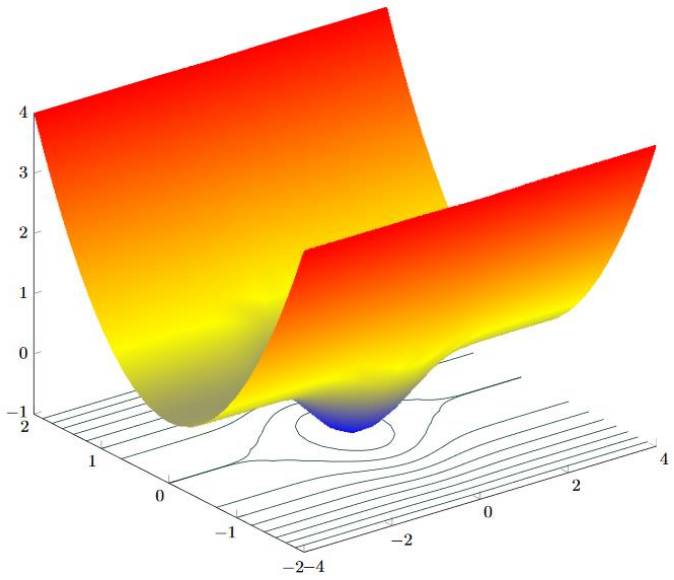
É possível substituir os valores de P_b^{inj} e Q_b^{inj}, que são funções trigonométricas das tensões do sistema, pelos das equações (28) e (29) respectivamente, para obter um número $2n^B$de equações não-lineares, em $2(n^G + n^B)$ variáveis. Se fixar todas as

demandas, tensões nas barras de geração, potências fornecidas pelos geradores nas barras de geração como 1 (barra *slack*) e também fixar o ângulo de fase da barra *slack*, é obtido um sistema de $2n^B$ equações não-lineares em $2n^B$ variáveis. Este é o "problema" do fluxo de potência que pode ser resolvido com métodos numéricos a partir das variáveis restantes (BUKHSH, 2014).

4.1 Fluxo de Potência Ótimo (FPO)

Como o Fluxo de Potência em Corrente Alternada é de natureza não-linear, geometria não-convexa e um problema matemático de alta dimensão, por vezes é possível que possua uma única solução (LIU. et al, 2019). Na Figura 8 é possível observar a geometria de um problema não-convexo com uma solução ótima na coordenada (x, y) = (0, 0). Para a otimização de problemas de alta dimensão não-convexos por meio de algoritmos meta-heurísticos, não é possível oferecer a garantia de uma solução ótima, contudo sua simplicidade e facilidade de implementação faz com que sejam bastante utilizados para encontrar soluções matemáticas suficientemente elegantes (BUKHSH, 2014).

Figura 8 - Problema não-convexo com solução única



FONTE: BUKHSH, 2014

O FPO já foi e ainda é motivo de vários estudos nos sistemas de potência, sendo apresentada pela primeira vez por (CARPENTIER, 1962). O objetivo é

encontrar um estado de operação em regime permanente que minimize o custo de potência elétrica gerada, enquanto satisfaz as restrições de operação e supre a demanda das cargas. A operação de SEPs tem em seu âmago o FPO, que é usado para intercalar unidades geradoras, planejamento a curto e longo prazo para expansão de redes de energia, entre outros. O problema do FPO é minimizar o custo de geração enquanto supre toda a carga, satisfaz todos os limites de tensão das barras, permanece dentro dos limites de potência aparente das linhas e mantém os geradores com a potência ativa e reativa dentro dos seus limites de funcionamento (BUKHSH, 2014).

Utilizando-se as equações propostas em (32) e (33) e subordiná-las ao balanço de potência proposto em (37), e também a restrição de (38), obtém-se:

$$\sum_{i=1}^{NG} PG_i = \sum_{k=1}^{ND} PDk + PL \tag{39}$$

$$\left|P_{ij}\right| \leq P_{ij}máx \quad ij \in NT \tag{40}$$

Onde:

PD: Carga de Potência Ativa;

P_{ij}: Fluxo de Potência da linha *ij*;

$P_{ij}máx$: Limite de potência da Linha de Transmissão *ij*;

NT: Número de Linhas de Transmissão;

Para o Fluxo de Potência Ótimo (FPO) acrescenta-se a equação de fluxo de potência ativa de uma ramificação conforme a equação (28) e a injeção de potência em uma barra conforme a equação (41) a seguir (ZHO, 2009) cujos valores encontram-se no ANEXO A:

$$PG_i - PD_i = V_i \sum_{j=1}^{n} V_j (g_{ij} cos\theta_{ij} + b_{ij} sen\theta_{ij}) \tag{41}$$

Onde:

V_i: Magnitude de tensão no nó i;

θ_{ij}: Diferença de ângulos de tensão nodal entre o terminal de envio e o terminal de recebimento da linha ij.

4.2 Cálculo por Newton-Raphson

Para realizar os cálculos de fluxo de potência em Corrente Alternada (AC) em um sistema com diversas variáveis, restrições e não linearidades, como é o caso do *IEEE 30 Bus System*, faz-se necessário o uso de um método matemático avançado. Para encontrar todos os valores de Amplitude de Tensão, Ângulo de Fase, Potência Ativa e Reativa em cada barra, respeitando os limites das linhas de transmissão, o método de Newton-Raphson é uma forma amplamente conhecida para o cálculo dessas grandezas (TINNEY & HART, 1967).

Com a expansão das redes de energia elétrica e sua crescente complexidade, há a necessidade de um planejamento de operações, onde a ocorrência de problemas relacionados ao fluxo de potência não é raro. Quando uma linha de transmissão é retirada de operação para manutenção, por exemplo, é necessário saber se a parcela restante do sistema suportará o "escoamento" da carga e os novos níveis de tensão, com as novas variáveis e incógnitas, é preciso calcular tais fatores. Esses cálculos possibilitam reduzir perdas no sistema, minimizar os desvios de tensão e manter a estabilidade do sistema. Tão importante quanto esse planejamento, é a economia na operação do sistema em regime permanente e frente à oscilações de carga, como explicado no Capítulo 2, e o método de Newton-Raphson para cálculo de fluxo de potência apresenta bom desempenho, havendo comunhão entre economia e estabilidade no SEP (ELTAMALY. et al, 2018).

O método é um procedimento iterativo de aproximações lineares sucessivas que pode ser usado para solucionar equações não-lineares. Procedimento iterativo é aquele que realiza aproximações sequenciais, onde cada aproximação é chamada de "iteração". Caso as iterações alcancem um resultado próximo da solução, é dito que as iterações "convergem". Para iniciar os procedimentos iterativos, é necessário um "palpite" inicial próximo do valor imaginado para a solução da equação e deve ser estimado com cuidado. Dependendo do problema, pode-se definir um valor mínimo de erro a ser tolerado para a solução, ou mesmo um número limite de iterações (LEE & WANG, 2003).

Para melhor apresentação das aproximações com o método de Newton-Raphson, realiza-se uma breve ilustração do mesmo. Admitindo-se que $f(x) = 0$ seja a equação a ser resolvida para x. O método necessita de uma estimativa inicial de x,

diga-se x_0, tal que $f x_0$ seja próximo de 0 (zero) (LEE & WANG, 2003). A partir disso, a primeira iteração é exposta por:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f\prime(x_0)} \tag{42}$$

A expressão $f'(x_0)$ é a primeira derivada de $f(x)$ resolvida em $x = x_0$. A iteração (k+1) é expressa como:

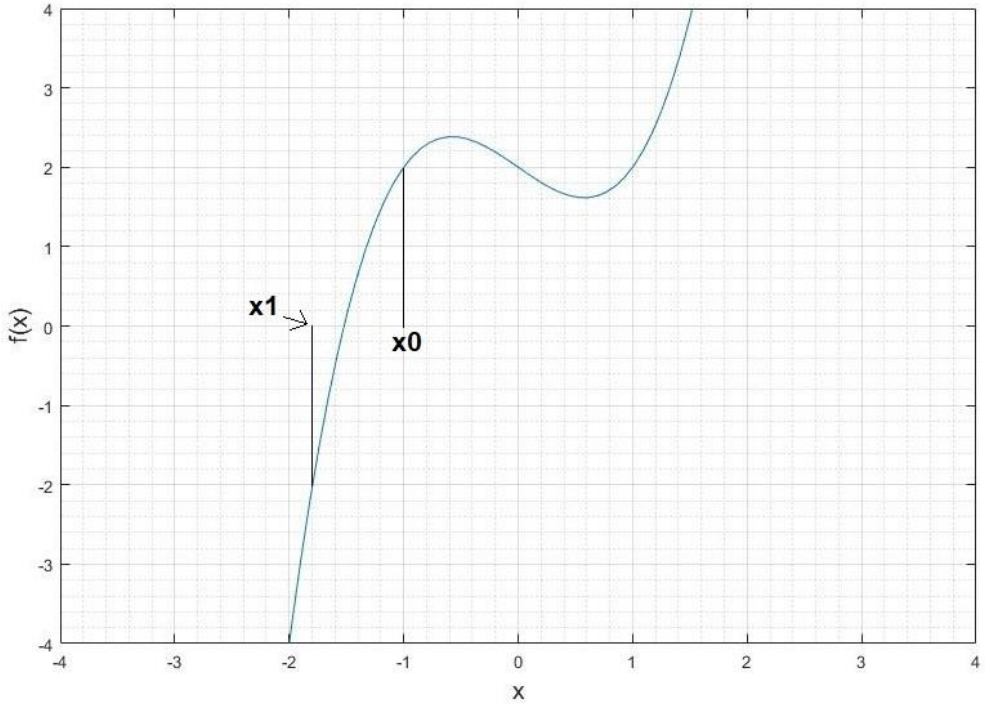
$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f\prime(x_k)} \tag{43}$$

Onde a expressão $f'(x_k)$ é a derivada primeira de $f(x)$ resolvida em $x = x_k$. As iterações encerram na $k$tésima iteração se $f(x_k)$ é próxima o suficiente de 0 (zero) ou se a diferença entre x_k e x_{k-1} é desprezível (LEE & WANG, 2003). A regra de parada é conforme descrita anteriormente.

Considerando-se a equação:

$$f(x) = x^3 - x + 2 \tag{44}$$

Figura 9 - Curva da função (44)



FONTE: autor

A derivada primeira de $f(x)$ é:

$$f'(x) = 3x^2 - 1 \tag{45}$$

Admitindo-se que $f(-1) = 2$ e $f(-2) = -4$, na Figura 9 é possível observar que a curva corta o eixo das abscissas $[f(x) = 0]$ entre -1 e -2. Agora, é possível dar uma estimativa inicial do valor de x. Começando com $x_0 = -1$, $f(x_0) = 2$ e $f'(x_0) = 2$, a primeira iteração será:

$$x_1 = -1 - \frac{2}{2} = -2 \tag{46}$$

Para $f(x_1) = 4$ e $f'(x_1) = 11$, obtém-se o seguinte para a segunda iteração:

$$x_2 = -2 + \frac{4}{11} = -1.6364 \tag{47}$$

$$f(x_2) = -0.7456 \tag{48}$$

$$f'(x_2) = 7.0334 \tag{49}$$

Prossegue-se até que na quinta iteração, o valor de x será -1,52138 e $f(x)$ será muito próximo de zero (0,0000017), e x é a raiz da equação $x^3 - x + 2$. O método de Newton-Raphson apenas é capaz de encontrar as raízes reais de uma equação, visto que a Função (44) utilizada como exemplo possui apenas uma raiz real e duas raízes complexas (LEE & WANG, 2003). Há também a possibilidade de uso do método para resolver sistemas com mais de uma incógnita (que é o caso deste trabalho). Supondo que deseja-se encontrar os valor $x_1, x_2, \dots, x_p$, tal que:

$$f_1(x_1, \dots, x_p) = 0 \tag{50}$$

$$f_2(x_1, \dots, x_p) = 0 \tag{51}$$

$$\vdots$$

$$f_p(x_1, \dots, x_p) = 0 \tag{52}$$

Sendo a_{ij} a derivada parcial de f_i com respeito a x_j, isto é $\partial f_i/\partial x_j$. Após isso, forma-se a matriz Jacobiana e a Jacobiana Inversa, denotadas respectivamente por (53) e (54) a seguir.

$$J = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & \dots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{p1} & \dots & a_{pp} \end{bmatrix} \tag{53}$$

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1p} \\ b_{21} & \dots & b_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{p1} & \dots & b_{pp} \end{bmatrix} \tag{54}$$

Admitindo que $x_1^k, x_2^k, \dots, x_p^k$ são as raízes aproximadas na $k$tésima iteração, $f_1^k, \dots, f_p^k$ são os valores aproximados das funções $f_1, \dots, f_p$, ou seja:

$$f_1^k = f_1(x_1^k, \dots, x_p^k) \tag{55}$$

$$\vdots$$

$$f_p^k = f_p(x_1^k, \dots, x_p^k) \tag{56}$$

O elemento b_{ij}^k será o ijésimo elemento de J^{-1} resolvido em $x_1^k, \dots, x_p^k$. Desta forma, a próxima aproximação é dada por:

$$x_1^{k+1} = x_1^k - (b_{11}^k f_1^k + b_{12}^k f_2^k + \cdots + b_{1p}^k f_p^k) \tag{57}$$

$$x_2^{k+1} = x_2^k - (b_{21}^k f_1^k + b_{22}^k f_2^k + \cdots + b_{2p}^k f_p^k) \tag{58}$$

$$x_p^{k+1} = x_p^k - (b_{p1}^k f_1^k + b_{p2}^k f_2^k + \cdots + b_{pp}^k f_p^k) \tag{59}$$

As iterações começam com valores iniciais estipulados, próximos dos valores "imaginados" da solução $x_1^0, x_2^0, \dots, x_p^0$, que procedem de acordo com as equações (57), (58) e (59), e terminam quando $f_1, f_2, \dots, f_p$ são próximos o suficiente e 0 (zero) ou quando a diferença nos valores de x entre duas iterações consecutivas é desprezível (LEE & WANG, 2003).

Para melhor compreensão do funcionamento do método de Newton-Raphson para a solução de problemas de Fluxo de Potência, é realizado o cálculo para um sistema de 2 barras no Anexo B. Utiliza-se um sistema de 2 barras em virtude de haver a possibilidade de representar as matrizes do cálculo no trabalho, fato inviável no caso de um sistema de 30 barras como o proposto para a implementação do algoritmo deste trabalho, pois essas matrizes são muito esparsas e com vários elementos.

4.3 Fatores Limitantes

Nos estudos de otimização de Fluxo de Potência existem diversos fatores que podem ser levados em conta no planejamento de sistemas de forma a diminuir perdas e elevar lucros. Existem problemas para redes em alta tensão que podem limitar a geração e a transmissão, como por exemplo, transformadores que não podem suportar certos valores de corrente. Há os limites operacionais, que correspondem ao limite de carregamento de equipamentos, em condição normal de operação ou em condição de emergência, e há os fatores limitantes, que impedem um equipamento de atingir um limite operacional superior ao do projeto, e provoca aumento do custo de operação e/ou expansão do SEP (ONS, 2016).

Conforme a sazonalidade, o SEP tende a verificar as mais diferentes características de carga, havendo significativa alteração nas curvas de carga no período noturno do verão em comparação com o período noturno do inverno, por exemplo. Essas alterações podem provocar períodos de demanda extremamente alta durante curtos intervalos de tempo, que podem variar de 0,5 hora até 4 horas ou mais. Para o planejamento do Fluxo de Potência Ótimo, tais fatores devem ser considerados em um *software* que faça leitura e operação em tempo real, pois existem equipamentos que podem sofrer desgaste dependendo dos níveis de grandeza que irão suportar (ONS, 2016) (NBR 5416, 1997).

No Brasil, os agentes de linhas de transmissão precisam enviar cadastros atualizados de seus equipamentos (Linhas de Transmissão e Transformadores) para o Operador Nacional do Sistema (ONS), com os valores limites operacionais de carregamento dos mesmos, para que os operadores do ONS, em manobras, não excedam algum limite constante nesses cadastros. Esses valores são informados levando em conta as sazonalidades, com tabelas específicas para cada situação (ONS, 2016).

Para equipamentos com possibilidade de operar em sobrecarga, como alguns transformadores que suportam até 150% da carga nominal, por determinados períodos de tempo, esse fato pode ser levado em consideração na elaboração de um algoritmo, explorando uma possível redução no custo de geração. Para chegar-se a esse nível de controle, é necessária a inspeção físico-química para diferentes cargas, e as respostas dos equipamentos, pois mesmo sendo garantida a operação em sobrecarga, podem ocorrer bolhas dentro de transformadores, ou excesso de umidade

no papel, reduzindo a vida útil. Por vezes, mesmo que haja a operação em sobrecarga, o fator mais importante a ser analisado é a própria temperatura limite do óleo ou do enrolamento, que pode não ser ultrapassada durante a sobrecarga (ONS, 2016) (NBR 5416, 1997).

No que tange às Linhas de Transmissão, é necessário verificar os limites de operação pela capacidade nominal dos condutores, contudo, também a altura dos mesmos em relação ao solo ou distância quanto a vegetação circundante. Mesmo havendo possibilidade de escoamento de carga em período de emergência, pode-se ocasionar um curto-circuito na rede, ou instabilidades diversas (ONS, 2016).

No algoritmo, é possível representar fatores limitantes reduzindo-se o nível de tensão suportado em uma barra, ou também a capacidade de potência nominal suportada por uma linha de transmissão. Optou-se por reduzir os níveis de tensão suportados nas barras 4, 12 e 13, do valor nominal estipulado nos padrões do *IEEE 30 Bus System* para 0,9 p.u. em todas as 3, bem como cada uma separadamente. Para as Linhas de Transmissão, reduziu-se o valor de potência nominal suportada pelas linhas 4[1] (4-5'), 5[1] (2-5') e 9[1] (6-7'), que possuem os valores de potência máximos do sistema (130 MVA), para 100 MVA, em todas as 3 bem como cada uma separadamente, tanto com os níveis de tensão nominal das barras, e também reduzidos para as barras 4, 12 e 13.

[1] Os valores entre parênteses correspondem às barras interligadas pela LT.

5. OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS - OEP

Encontrado facilmente em literatura científica sob o nome, em inglês, *Particle Swarm* Optimization (PSO), este algoritmo foi proposto por James Kennedy e Russel Eberhart no artigo científico datado de 1995 e intitulado "*A New Optimizer Using Particle Swarm Theory*", sendo Kennedy um psicólogo social e Eberhart um engenheiro eletricista. A fundamentação matemática sofre alterações e adaptações ao longo dos anos, para a garantia de uma melhor resposta de execução, resultados finais satisfatórios e utilização do mesmo em problemas cada vez mais complexos. Esse algoritmo utiliza o comportamento psicossocial de enxames, revoadas, entre outros, e por isso foi originalmente classificado como um algoritmo evolucionário. Todavia, é importante denotar que ele não utiliza necessariamente a competição darwiniana natural e sim a colaboração em grupo como forma de evolução, onde cada partícula faz sua decisão com base na experiência adquirida por si e pelo enxame (WAINTRAUB, 2009).

Autores na área de inteligência artificial classificam os algoritmos envolvendo a palavra "Enxame" de acordo com cinco princípios básicos. O primeiro é o de Proximidade: as partículas devem ser capazes de superar computações de espaço e tempo simples. Qualidade: a população deve responder aos fatores qualitativos que o ambiente possui. Resposta Diversa: a população não deve concentrar suas atividades por "caminhos muito estreitos" no universo de busca. Estabilidade: não deve haver mudança de comportamento no enxame toda vez que o ambiente se alterar. Adaptabilidade: os indivíduos devem alterar seu comportamento quando for válido o esforço computacional (KENNEDY & EBERHART, 1995).

A OEP é capaz de atender a todos os cinco princípios e ainda apresenta uma resposta rápida. É possível executar o algoritmo em um plano n-dimensional (Proximidade), o enxame responde aos fatores de qualidade do "melhor global" e "melhor local" encontrados, tanto em grupo como individualmente (Qualidade), a quantidade de respostas existentes entre os aspectos "melhor global" e "melhor local" garante uma ampla gama de caminhos (Resposta Diversa) e a população somente altera o comportamento quando há a mudança dos valores "melhor global" e "melhor local", de modo que a influência do ambiente seja mínima (Estabilidade) (KENNEDY & EBERHART, 1995).

5.1 Elementos Básicos da OEP

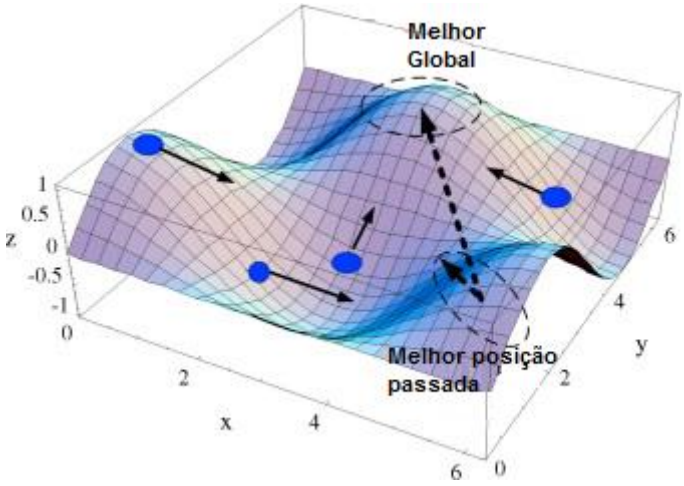
A seguir, de forma sucinta, estão descritos os componentes principais deste método de otimização.

- Partícula: é um elemento do enxame, que existe num vetor m-dimensional, sendo m o número de parâmetros a serem otimizados, como o *IEEE 30 Bus System* conta com 6 unidades geradoras, são 6 parâmetros a serem otimizados, logo, o vetor será hexadimensional;
- População: é o conjunto de n partículas no enxame, sendo recomendado $20 \leq n \leq 30$;
- Enxame: é uma população inicialmente desorganizada de partículas que se movem com uma determinada velocidade, e que tendem a se agrupar, enquanto se movimentam de forma randômica (SHI & EBERHART, 1998);
- Velocidade da partícula: velocidade com que as partículas se movem no universo m-dimensional (KENNEDY & EBERHART, 1995);
- Inércia: uma forma de controle usada no impacto que as velocidades anteriores tiveram na velocidade atual. Influencia na troca de habilidades de busca das partículas pelo melhor local individual e melhor local global (TOLMASQUIM, 2007)
- Melhor individual: conforme uma partícula se move no universo de busca, ela compara o valor da posição atual com o melhor valor adquirido por ela desde sua criação até o presente momento (KENNEDY & EBERHART, 1995);
- Melhor global: é a melhor posição entre todas as “melhores individuais” conquistada até o momento atual (KENNEDY & EBERHART, 1995);
- Critério de parada: condição para a qual é terminada a busca de posições (BORRA, 2015), definido nesse caso como um limite máximo de iterações.

No contexto de otimização, é definido o tamanho do enxame e as partículas são locadas aleatoriamente num universo multidimensional designado, possuindo as mesmas uma velocidade e uma posição idiossincrática. Cada uma dessas partículas irá se mover no universo proposto e se lembrará de sua melhor posição conforme o seu objetivo, de acordo com o que descobrir. As partículas trocam informações (conhecimento do enxame) baseadas nas suas melhores descobertas e alteram suas velocidades e posições de acordo com o conhecimento que recebem sobre boas

posições (SHI, Y; EBERHART, R. C. 1998). Na Figura 10 observa-se a representação de um universo de uma OEP.

Figura 10 - Representação gráfica da OEP



FONTE: adaptado de BISMAS, 2018

5.2 Implementação da Otimização por Enxame de Partículas

Há uma sequência de passos para a implementação de tal otimização, que é descrita a seguir:

Passo 1 (Número da População): o número de partículas a ser definido como população não pode ter um valor muito pequeno, pois demora mais para encontrar uma solução ou pode nem encontrar. Com um valor maior de população, serão necessárias mais avaliações no *MATLAB*. É comum a definição de um número entre 20 e 30 partículas, contudo não há problema em usar 50 partículas no enxame (SHI & EBERHART, 2002).

Passo 2 (Posição): a posição inicial das partículas é gerada randomicamente no *software*, pelo comando “rand”. As partículas geradas inicialmente são representadas por $X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \dots, X_N^{(0)}$ que são vetores de coordenadas das mesmas (ATTOUS & LABBI, 2009).

Passo 3 (Velocidade): a velocidade inicial das partículas é definida como zero, mas se altera conforme elas buscam a melhor posição (ATTOUS & LABBI, 2009).

Passo 4 (Melhor Posição): definir a partícula com a melhor posição individual como a melhor global, “atraindo” as outras partículas para essa posição m-

dimensional. O valor de inércia inicial também precisa ser definido, para esse caso foi adotado “*w = 0,9*”, onde *w* é a inércia.

Passo 5 (Atualizar o valor de iteração): a cada avaliação feita na busca, é considerada uma iteração, sendo a atualização feita pelo comando *“it=1:MaxIt”* onde *MaxIt* é definido como 200.

Passo 6 (Atualizar a inércia): é preciso que exista um valor de inércia para controle de velocidade, mas que decresça no tempo, para encontrar uma melhor solução global (SHI & EBERHART, 2002).

Passo 7 (Atualizar a velocidade): com uso dos valores “melhor individual” e “melhor global” (p_j^i e p_j^g respectivamente) de cada partícula é possível atualizar a nova velocidade para a iteração, por meio da equação (60):

$$\boldsymbol{V}_{j+1}^i = w_i \boldsymbol{V}_j^i + c_1 r_1 \left(p_j^i - x_j^i\right) + c_2 r_2 (p_j^g - x_j^i) \tag{60}$$

A terceira parte da equação representa o valor social da OEP, onde a partícula altera sua velocidade conforme o melhor valor global descoberto até o momento, e a segunda parte da equação é a parte cognitiva, onde a partícula altera sua velocidade conforme sua memória. São aplicados limites máximos e mínimos de velocidade, e caso a partícula viole um dos dois, terá sua velocidade corrigida (TUAIMAH & METEB, 2012).

Passo 8 (Atualizar a posição): a equação (61) atualiza a posição com base na velocidade atualizada no passo 7:

$$x_{j+1}^i = x_j^i + \boldsymbol{V}_{j+1}^i \tag{61}$$

É necessário estabelecer um limite para a posição da partícula igualmente.

Passo 9 (Atualiza o melhor individual): por meio da condição “*if*” é possível avaliar o custo da posição atual e comparar com o melhor custo já adquirido, caso seja menor, é atualizada a melhor posição individual da partícula;

Passo 10 (Atualiza o melhor global): paralelamente ao Passo 9, se o valor corrente da partícula adquirido for menor que o melhor valor global atingido até o momento, então o melhor global é atualizado;

Passo 11 (Critério de parada): quando atingir o número máximo definido de iterações (200).

Os parâmetros de otimização ficaram com c_1= 1,4961 e c_2 = 1,4961, número de partículas = 50 e ficaram definidas 200 iterações. Os valores de r_1 e r_2 são valores aleatórios entre 0 e 1, que se alteram a cada iteração e representam interferências do ambiente. O coeficiente de inércia é 0,9 e decresce a cada iteração pelo comando *"w = w*wdamp",* onde *wdamp* = 0,993 de modo que não seja menor que 0,4 ao final da simulação. Os valores de c1 e c2 obedecem um fator de constrição proposto por Maurice Clerc em 1999, conhecido como Fator K (SHI & EBERHART, 2001).

Por conta da OEP ser originada de esforços para modelagem psicossocial de sistemas, sua fundamentação matemática não foi muito resoluta durante o desenvolvimento inicial do algoritmo. Somente cerca de 5 anos após seu surgimento, começou-se a trabalhar melhor essa fundamentação. Maurice Clerc indicou que o uso de um fator de constrição seria necessário para garantir a convergência de problemas não-lineares muito complexos (CLERC, 1999). De forma sucinta, um método simplificado para sua determinação segue conforme a equação (62), na qual *K* é uma função de c_1 e c_2.

$$K = \frac{2}{\left|2-\varphi-\sqrt{\varphi^2-4\varphi}\right|}, \text{ onde } \varphi = c1 + c2, \ \ \varphi > 4 \qquad (62)$$

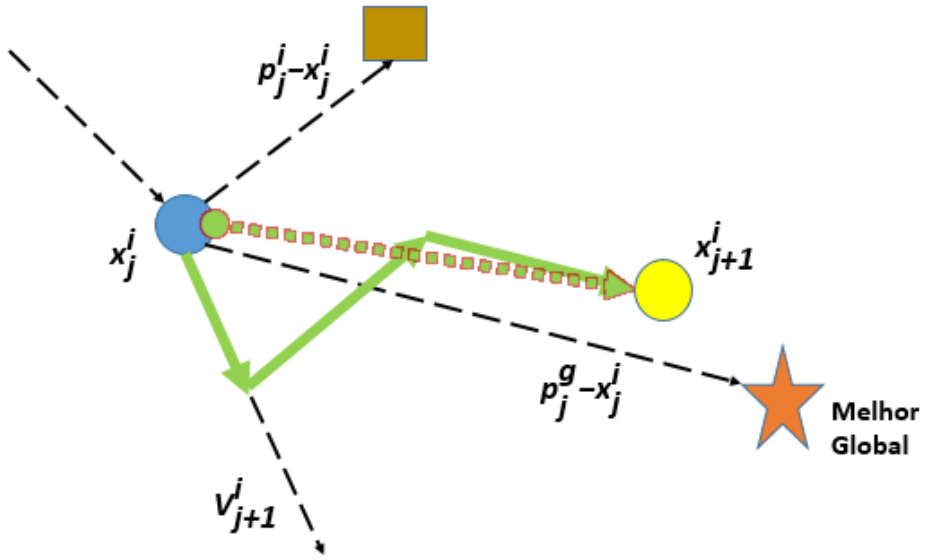
Usualmente quando o fator de constrição é utilizado, como foi o caso do trabalho, φ é setado com o valor de 4,1, e a constante *K* de multiplicação fica com o valor de 0,7298048. Isso resulta nos coeficientes que multiplicam os termos individual e global da equação (60) serem multiplicados por 0,7298048*2,05 = 1,4961. A partir desse coeficiente modelou-se a equação (60) para limitar a velocidade em função da posição, com os valores c_1 e c_2 regidos pela equação (62).

O coeficiente de inércia também surgiu com modelagens matemáticas posteriores à primeira apresentação do algoritmo em 1995. Observou-se que a variação de resultados e o número de iterações era demasiado grande quando trabalhava-se apenas com o coeficiente de constrição e a velocidade limitada, pois a área de distribuição das partículas na inicialização do algoritmo se tornava aproximadamente 10 vezes maior nos eixos y e x, se comparado ao uso do coeficiente de inércia. Com o uso deste coeficiente, e limitando a velocidade máxima em função

da distância máxima (local de busca dos resultados) é possível encontrar a solução de forma mais rápida, mesmo assim o limite da posição máxima pode ser extrapolado, todavia a maior parte das partículas permanecerá dentro da área de busca dos resultados com a melhor posição global próxima (SHI & EBERHART, 2000). Utilizar somente o coeficiente de constrição e velocidade máxima, é semelhante a tentar encontrar a estrela Sol tendo como local de busca a galáxia Via Láctea. Ao utilizar o coeficiente de inércia limita-se a área de busca ao Sistema Solar, ocasionando maior velocidade para obtenção de um resultado satisfatório.

Na Figura 11 a seguir é possível observar como ocorre o movimento de uma partícula de acordo com a influência dos vetores envolvidos no equacionamento, e também os efeitos da inércia para diminuir a influência total de cada vetor, como por exemplo, o da velocidade.

Figura 11 - Representação gráfica do movimento de uma partícula



FONTE: autor

Os passos de funcionamento do algoritmo da OEP para reduzir o custo de geração com base no problema do FPO são os seguintes:

Passo 1: distribui a população aleatoriamente;

Passo 2: aplicados os valores para cada partículas;

Passo 3: algoritmo de Newton-Raphson é aplicado com base na posição de cada partícula;

Passo 4: avaliação das posições de cada partícula;

Passo 5: compara a posição das partículas e atribui os valores de melhor global e melhor local;

Passo 6: altera a velocidade e posição das partículas com base em (60) e (61);

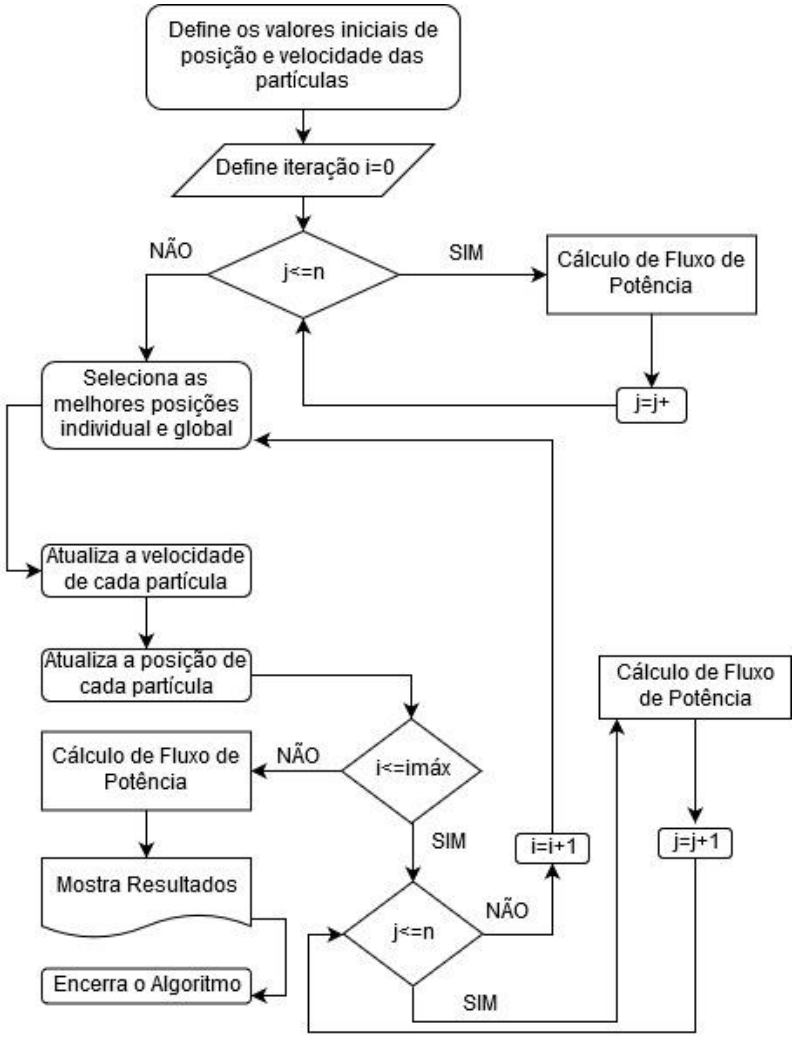
Passo 7: se o número de iterações atingir o limite, siga para Passo 9;

Passo 8: senão, defina iteração i+1 e volte ao Passo 2;

Passo 9: apresentar resultados.

A Figura 12 a seguir apresenta o fluxograma de funcionamento do algoritmo de otimização, visando o Despacho Econômico e o Fluxo de Potência Ótimo. Na primeira descrição, onde se lê que “Define os valores iniciais de posição e velocidade das partículas”, entenda-se que as posições são aleatoriamente distribuídas pelo algoritmo e a velocidade inicial das partículas é 0 (zero).

Figura 12 - Fluxograma do algoritmo



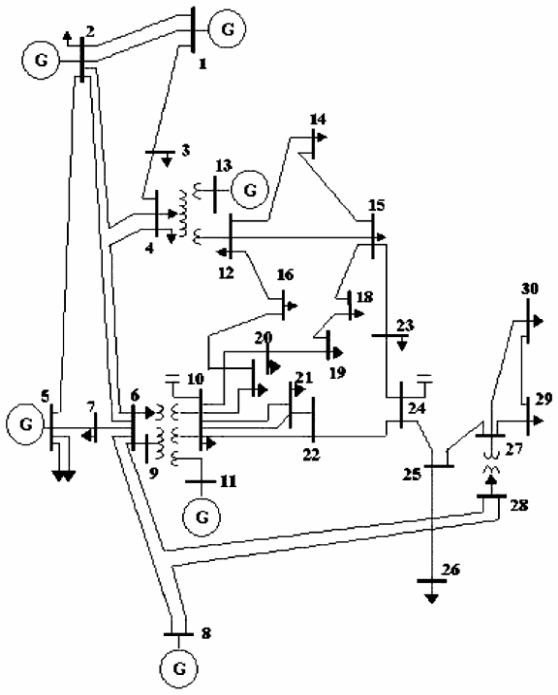
FONTE: autor

6. ESTUDO DE CASO

Como são necessárias diversas informações acerca de um sistema elétrico para implementar a OEP, como coeficiente térmico de um gerador, por exemplo, e dificilmente tais dados podem ser obtidos das empresas que operam usinas ou linhas de transmissão, optou-se pelo *IEEE 30 Bus System*. Nesse sistema há as informações necessárias sobre uma rede elétrica, e seu diagrama básico está disposto na Figura 15.

Este sistema específico contém 6 geradores (térmicos), 24 barras de carga e 41 linhas de transmissão e a demanda total definida para o sistema é de 283.4 MW. Na Tabela 2 estão as disposições gerais acerca dos geradores, responsáveis pela principal função de custo da OEP. Os geradores têm parâmetros específicos de potência e coeficientes de custos, encontrados também nos dados do *IEEE 30 Bus System*, e dispostos na Tabela 2 a seguir. Os coeficientes a, b e c são utilizados na equação (35), juntamente com os coeficientes gerais de perdas. Para os valores necessários nas equações (28) e (40) são necessários os dados que tangem às LTs, dispostos no ANEXO A. Para o cálculo de Fluxo de Potência foi usado o algoritmo com o método de Newton-Raphson.

Figura 13 - Diagrama de rede do *IEEE 30 Bus System*



FONTE: IEEE

Tabela 2 - Limites de Geração e Coeficientes de Custo dos Geradores

NG (barra)	Limite de MW gerado		Coeficientes de Custo		
	Min	Máx	*a ($/MWh²)*	*B($/MWh)*	*c*
1 (1)	50	200	0,00375	2	0
2 (2)	20	80	0,0175	1,75	0
3 (5)	15	50	0,0625	1	0
4 (8)	10	35	0,00834	3,25	0
5 (11)	10	30	0,025	3	0
6 (13)	12	40	0,025	3	0

FONTE: IEEE

Para as simulações foi utilizado o *software* Matlab R2018a, da MathWorks®, onde foi construído o ambiente virtual do sistema elétrico selecionado, bem como serão realizados os cálculos de Fluxo de Potência e posterior execução do algoritmo da Otimização por Enxame de Partículas, com as devidas alterações para otimização do Fluxo de Potência.

Para as alterações específicas no algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas, foram realizadas pesquisas em artigos científicos específicos sobre a OEP, de modo a encontrar os melhores valores para os parâmetros como inércia e população, por exemplo.

6.1 Resultados

Com base em uma função quadrática para o custo do combustível e empregando os coeficientes das tabelas anteriores, aplica-se a OEP proposta no *IEEE 30 Bus System*. A Figura 14 e Figura 15 mostram a curva de otimização em função das iterações para o DE e para o FPO respectivamente. Quando menciona-se apenas o Despacho Econômico significa que o algoritmo opera conforme descrição no Capítulo 3, em que as únicas restrições são as da Potência Gerada ser igual à demanda do sistema, para fins de comparação com o problema do Fluxo de Potência Ótimo.

Na Tabela 3 estão a quantidade de potência produzida por cada gerador e o custo final, ficando esses valores como os “finais” após o critério de parada (200 iterações) no *MATLAB*.

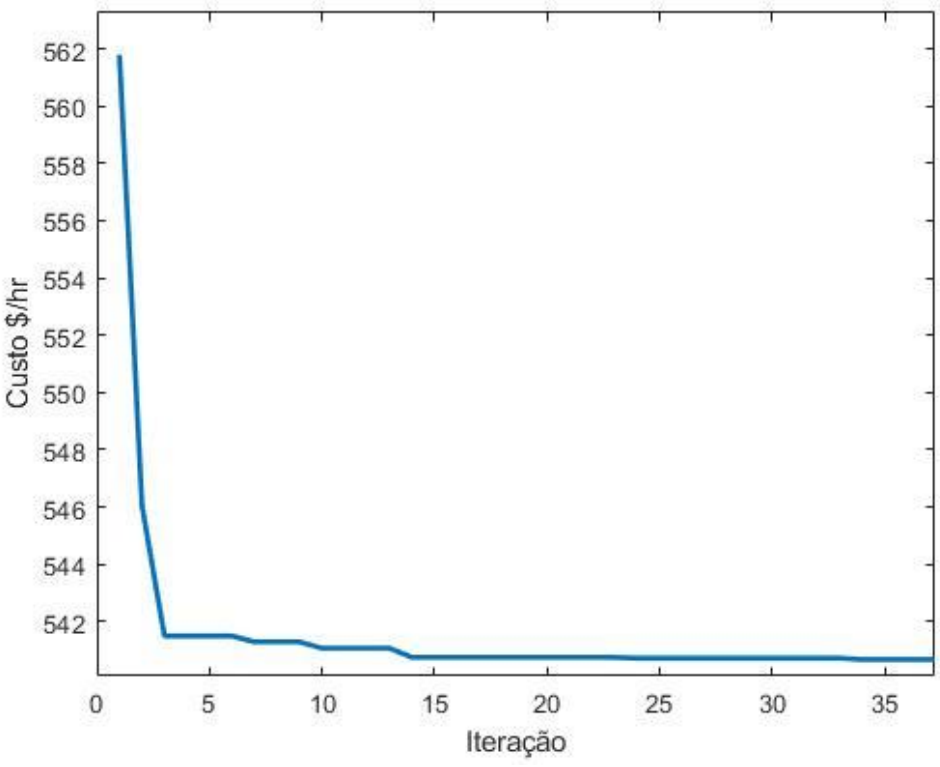
Tabela 3 - Valores de Potências, Perdas e Custos

Gerador (Barra)	Pot. Gerada (MW) DE	Pot. Gerada (MW) FPO
1 (1)	125,63	176,59
2 (2)	77	50
3 (5)	47	21,45
4 (8)	10	21,58
5 (11)	11	12,02
6 (13)	14	11,14
Custo de Geração	**540,66 $/hr**	**802,252 $/hr**
Perdas	**1,236 MW**	**9,48 MW**

FONTE: autor

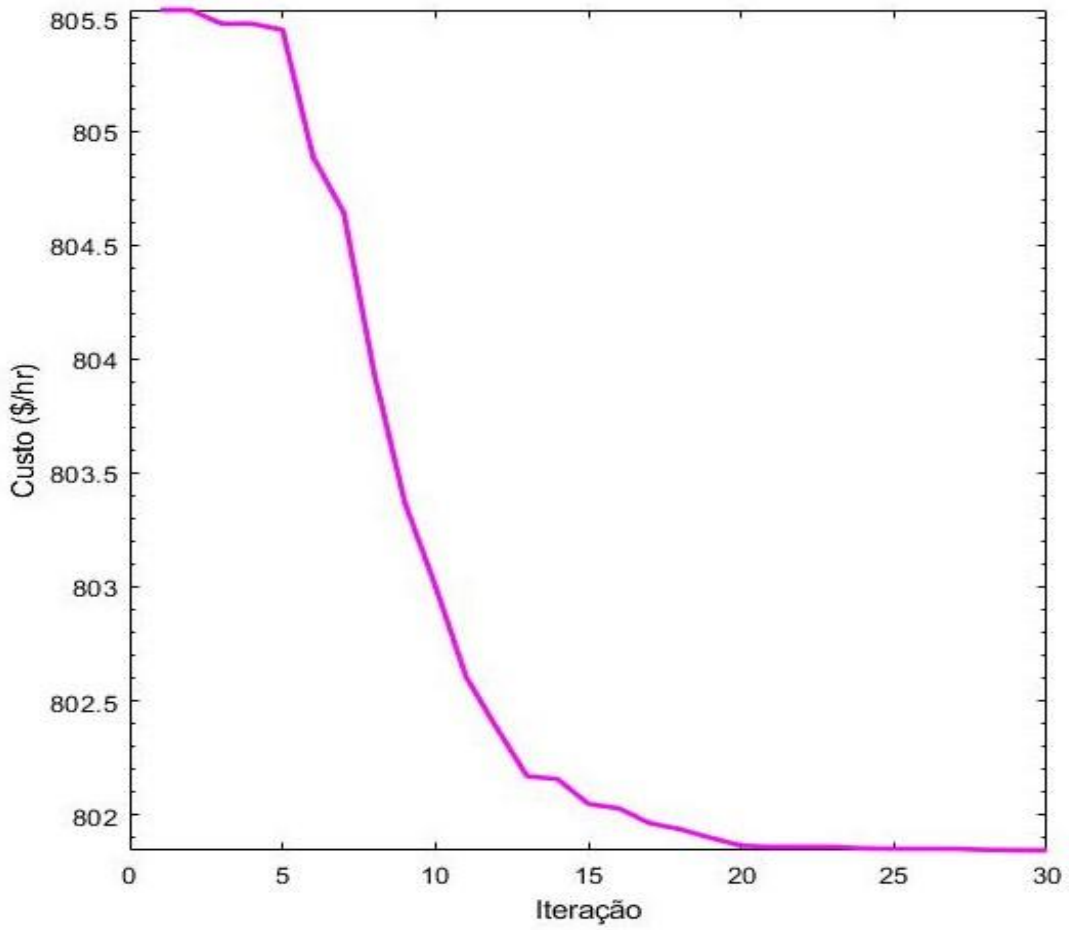
Nas Figuras 14 e 15 a seguir observam-se as curvas de otimização para os métodos, e a solução ótima final fornecida pela Otimização por Enxame de Partículas, havendo convergência em cerca de 34 iterações para o Despacho Econômico, e 30 iterações para o Fluxo de Potência Ótimo. Observa-se que no Despacho Econômico, um valor do custo de geração reduzido próximo do final é encontrado antes de 5 iterações, dada a menor complexidade do algoritmo.

Figura 14 - Curva de Otimização para o Despacho Econômico



FONTE: autor

Figura 15 - Curva de Otimização para o FPO

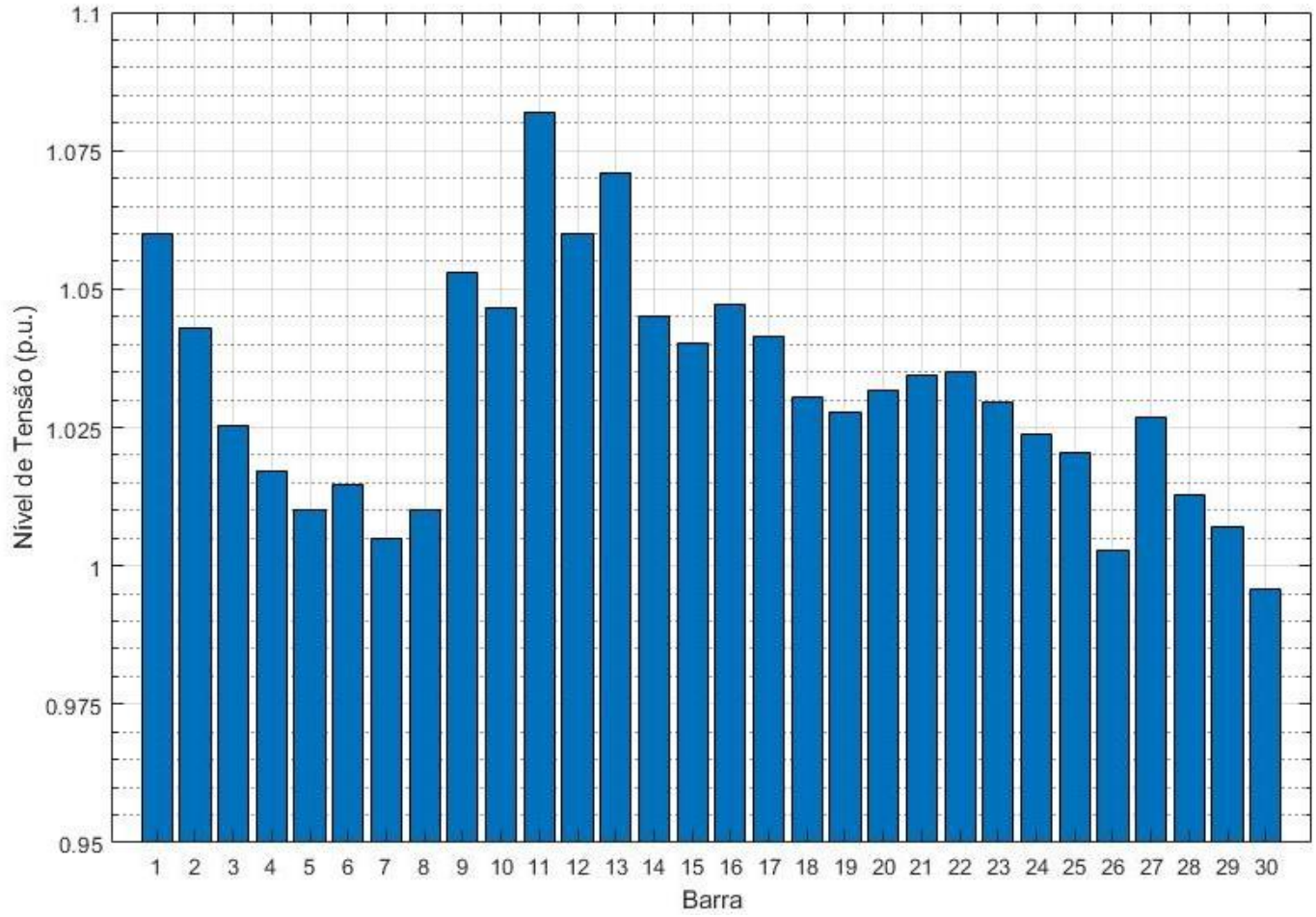


FONTE: autor

Na Figura 15 acima é possível observar um “desvio” da curva do FPO, por volta de 14 iterações, que representa um dos momentos no qual algumas das partículas extrapolam o limite de velocidade, que é atualizado nas próximas iterações. Isso resulta em um “caminho incorreto” na busca pela melhor solução global, por conta disso a velocidade é novamente atualizada para voltar aos limites nas próximas iterações. O valor do custo de geração estabiliza próximo à 30 iterações, não havendo redução significativa após isso.

Também é possível monitorar os níveis de tensão em cada barra, os quais seguem conforme o gráfico da Figura 16 a seguir.

Figura 16 - Níveis de Tensão nas Barras



FONTE: autor

6.1.1 Situações com Fatores Limitantes

Há diversos fatores que podem diminuir a capacidade operacional de uma rede, porém o algoritmo não permite um grande detalhamento, como por exemplo capacidade térmica de um transformador, e é necessário estruturar tais fatores conforme já está arquitetado o algoritmo. Os fatores limitantes para o funcionamento do SEP serão simulados conforme descrito no Capítulo 4.3, sendo discriminados de acordo com cada situação na Tabela 4 a seguir, para os cálculos de Fluxo de Potência Ótimo, sem haver simulação para o caso do Despacho Econômico operando com coeficientes B de perdas.

Tabela 4 - Situações anormais simuladas

Situação	Descrição
1	Níveis nominais de tensões e potências
2	Barras 4, 12 e 13 operando com tensão em 0,9 p.u.
3	Barra 4 operando com tensão em 0,9 p.u.
4	Barra 12 operando com tensão em 0,9 p.u.
5	Barra 13 operando com tensão em 0,9 p.u.
6	LTs 4, 5 e 9 operando em 100 MVA
7	LT 4 operando em 100 MVA
8	LT 5 operando em 100 MVA
9	LT 9 operando em 100 MVA
10	Barras 4, 12 e 13 em 0,9 p.u. e LTs 4, 5 e 9 em 100 MVA

FONTE: autor

Os valores obtidos nas simulações em cada situação seguem conforme a Tabela 5 a seguir. Para fins de análise, observa-se que situações fora da nominal nas barras influenciam mais no custo final de geração, se comparadas com anormalidades nas Linhas de Transmissão.

Tabela 5 – Valores de Potências, Perdas e Custos após simulações

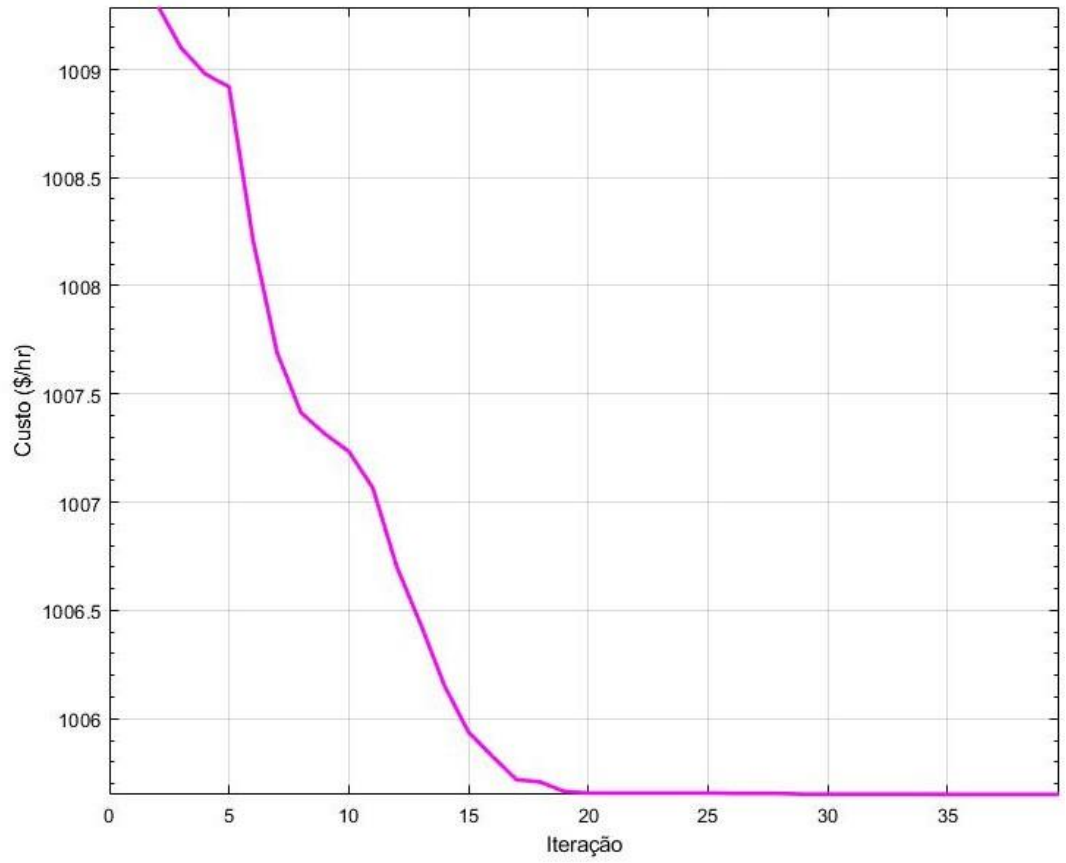
Situação	Custo Final ($/hr)	Perdas Totais (MW)	P1 (MW)	P2 (MW)	P3 (MW)	P4 (MW)	P5 (MW)	P6 (MW)
1	802,252	9,48	176,59	50	21,45	21,58	12,02	11,14
2	1005,65	10,4291	176,709	48,9018	21,5462	22,2969	12,3755	12
3	802,355	9,5112	176,652	48,8307	21,4935	21,7738	12,1537	12
4	802,357	9,5114	176,648	48,8333	21,4945	21,7808	12,1554	12
5	1005,55	10,4048	176,761	48,9015	21,539	22,2537	12,3496	12
6	802,252	9,4864	176,696	48,8312	21,486	21,7388	121.346	12
7	802,252	9,4866	176,697	48,8328	21,4861	21,7376	12,1329	12
8	802,252	9,4865	176,696	48,8323	21,4847	21,7392	12,1344	12
9	802,252	9,4866	176,696	48,8332	21,4843	21,7367	12,1359	12
10	1005,65	10,4295	176,713	48,903	21,5459	22,2916	12,3763	12

FONTE: autor

Os gráficos de curvas de convergência para solução ótima, bem como valores de potência em cada gerador, seguem conforme as imagens em sequência. A situação nominal (1) já está apresentada no Capítulo 6.

As Figuras 17 e 18 apresentam a convergência para o custo final de geração e a potência produzida por cada UG para as barras 4 e 12 operando com 90% a magnitude de tensão nominal, e a barra 13 com 84,03% (este valor corresponde à 0,9 p.u. em comparação ao 1,071 p.u. nominal do nó). Observa-se a solução ótima por volta de 20 iterações na Figura 19, por conta disso o gráfico não conta com as 200 iterações realizadas pelo algoritmo, e um valor final próximo de 1005 $/hr.

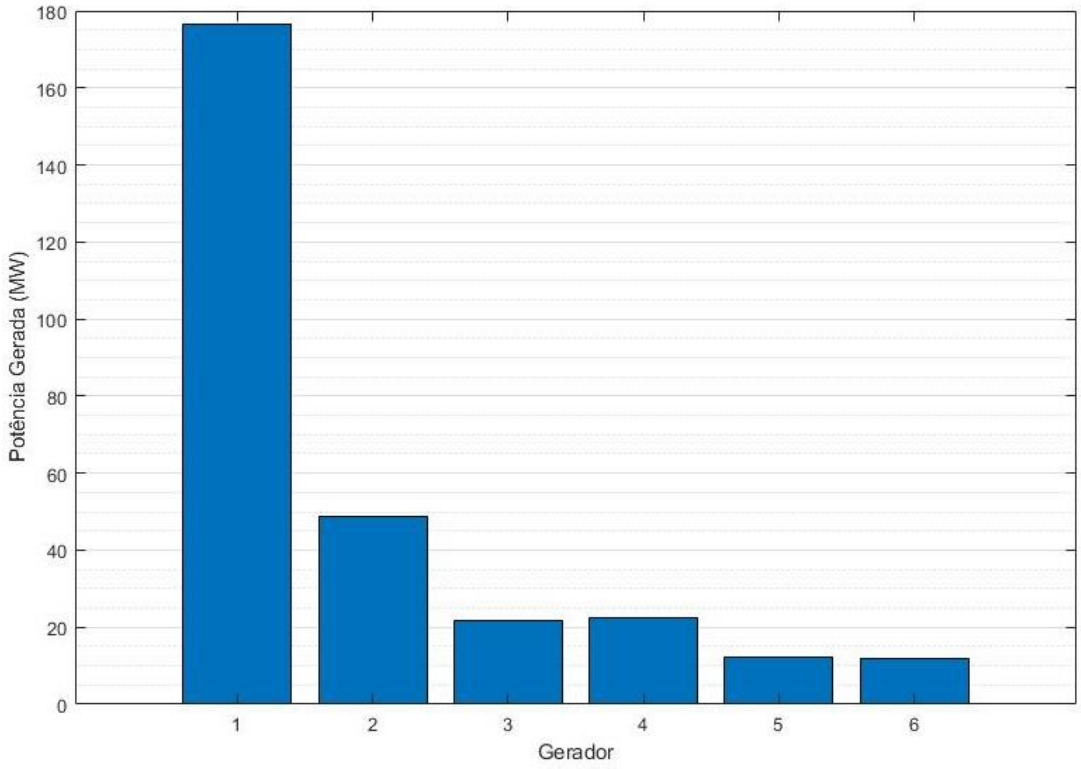
Figura 17 - Curva de Convergência da Situação 2



FONTE: autor

A Unidade Geradora 1 é a mais significativa na produção de energia, de acordo com a Figura 18, e pode ser interpretada como uma UG para suprir a demanda base do sistema. Essa UG oferece quase 180 MW dos 283,4 MW demandados pelo Sistema, muito superior se comparada com as demais unidades.

Figura 18 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 2

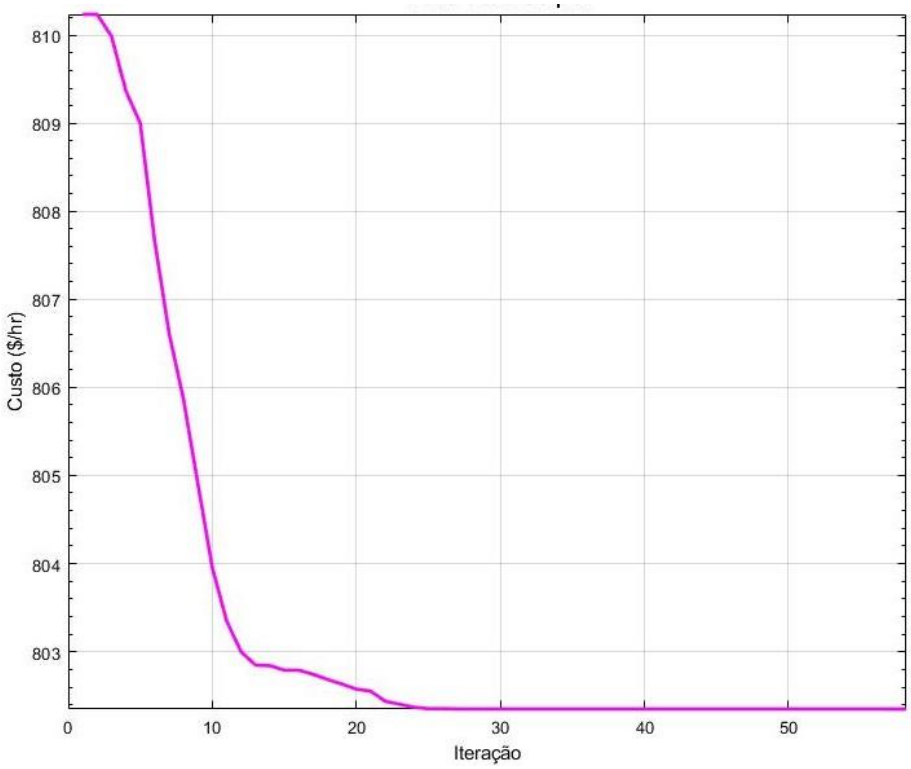


FONTE: autor

Quando somente a barra 4 opera com 90% a magnitude de tensão nominal, verificam-se a curva de convergência da Figura 19 e a Potência produzida por cada UG na Figura 20. Neste caso foram necessárias cerca de 25 iterações para encontrar uma solução ótima, que apresenta custo final de cerca de 802 $/hr. É interessante notar que esta situação é menos limitante que a Situação 2, onde ocorre a operação com uma barra PV em regime abaixo do nominal. Com os resultados apresentados nas Figuras 19 e 20 verifica-se que mesmo para uma situação menos limitante que a Situação 2, o algoritmo necessitou de mais iterações para proporcionar uma solução ótima.

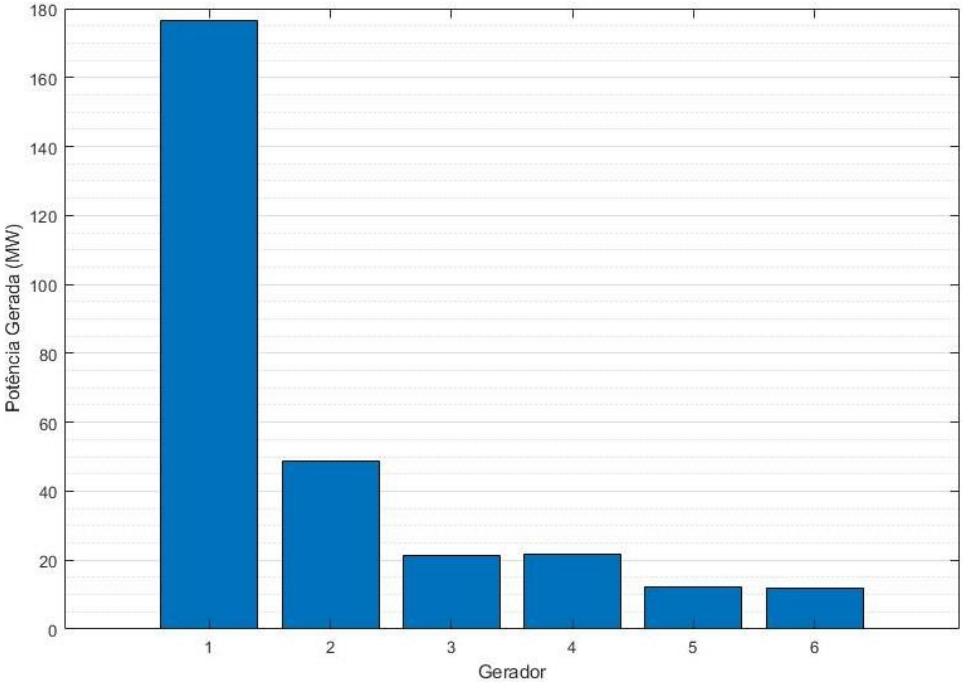
Os valores de Potência fornecida por cada Unidade Geradora não sofrem muitas alterações, realizando a comparação entre as Figuras 20 e 18, apresentados também na Tabela 5. É possível que isso ocorra pois não houve limitação quanto à capacidade de cada Linha de Transmissão, permanecendo as mesmas com seus valores nominais.

Figura 19 - Curva de Convergência da Situação 3



FONTE: autor

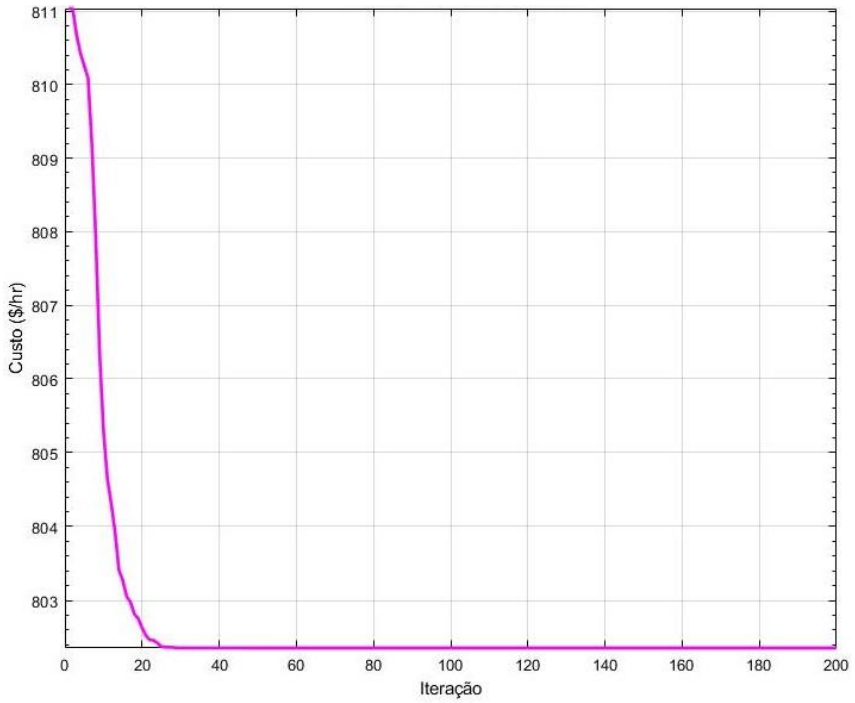
Figura 20 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 3



FONTE: autor

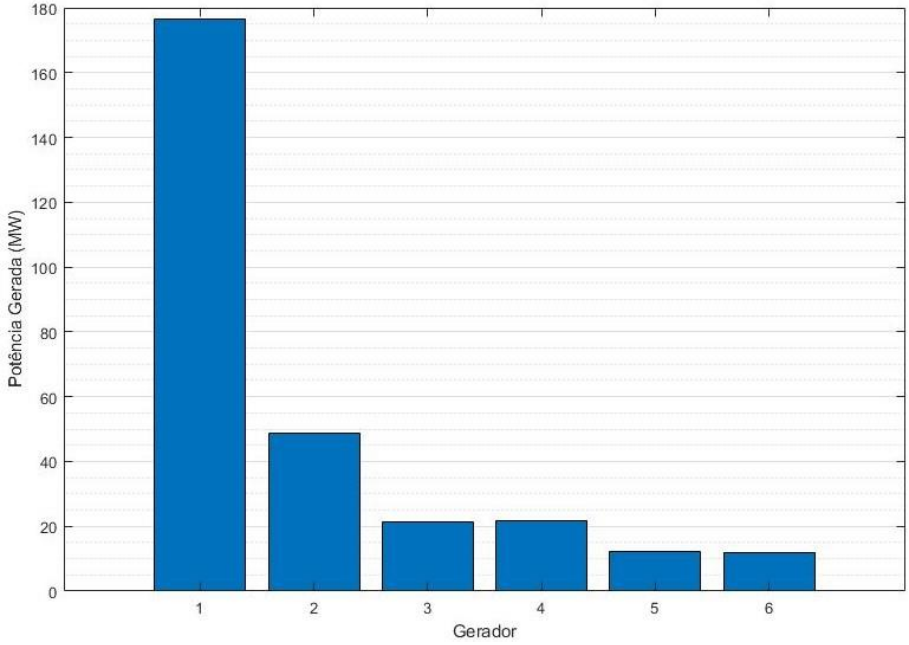
Para a Situação 4, está apresentado o gráfico com a curva de convergência para todas iterações, confirmando que não há alteração significativa após cerca de 25 iterações, conforme Figura 21. Na Figura 22 constam os valores de Potência Gerada.

Figura 21 - Curva de Convergência da Situação 4



FONTE: autor

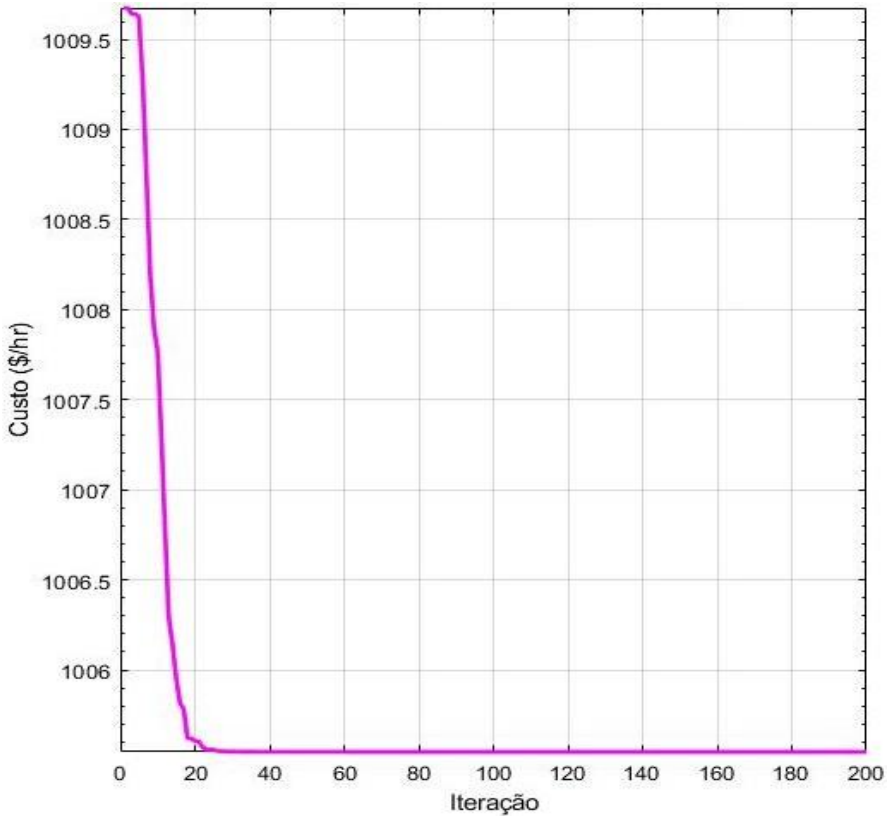
Figura 22 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 4



FONTE: autor

A Figura 23 apresenta a convergência para o custo final de geração para a barra 13 operando com 84,03% (0,9 p.u.) a magnitude de tensão nominal. Verifica-se uma influência maior no custo final, que gira em torno de 1005 $/hr, possivelmente por se tratar de uma barra PV, onde alterações (redução) nos níveis de tensão impactam significativamente na estabilidade do sistema, fato que pode ser melhor compreendido nos estudos com Fluxo de Potência Continuado, como de (OLIVEIRA, 2018).

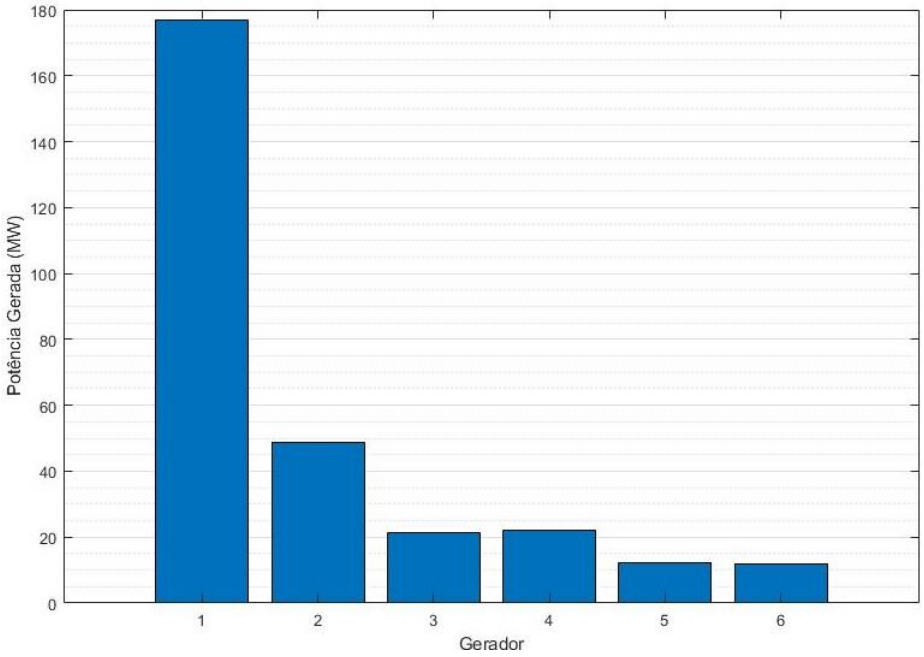
Figura 23 - Curva de Convergência da Situação 5



FONTE: autor

São necessárias mais de 20 iterações para se obter uma solução ótima e verifica-se que não há alteração significativa após cerca de 25 iterações, se observada a curva de convergência levando em conta as 200 iterações realizadas pelo algoritmo. Na Figura 24 verifica-se a potência produzida por cada UG para a Situação 5, novamente alterações significativas.

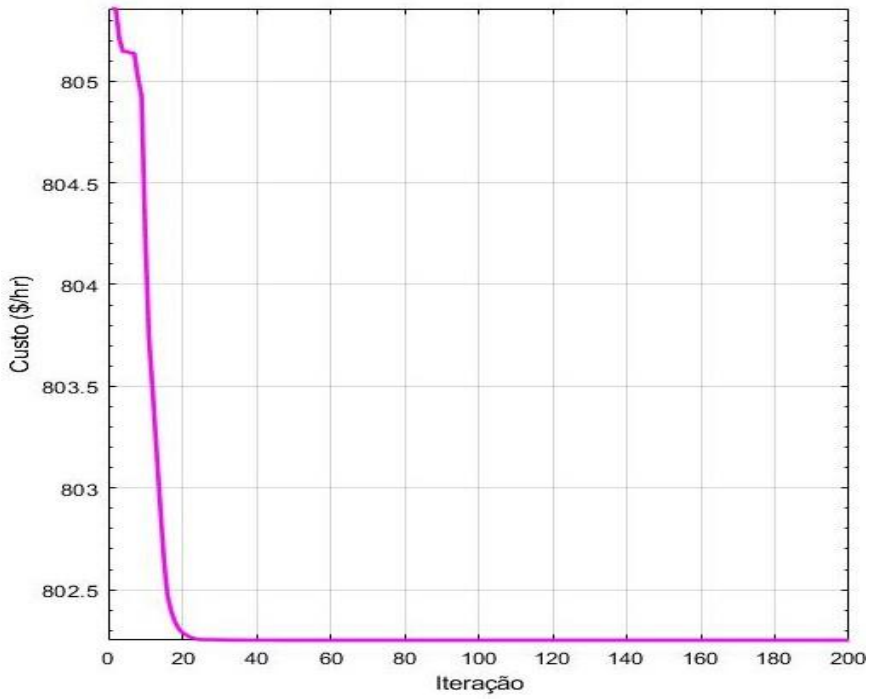
Figura 24 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 5



FONTE: autor

A Figura 25 apresenta a convergência para o custo final de geração, próximo de 802 $/hr. A Situação consiste nas LTs 4, 5 e 9 operando com 76,92% da capacidade nominal de potência.

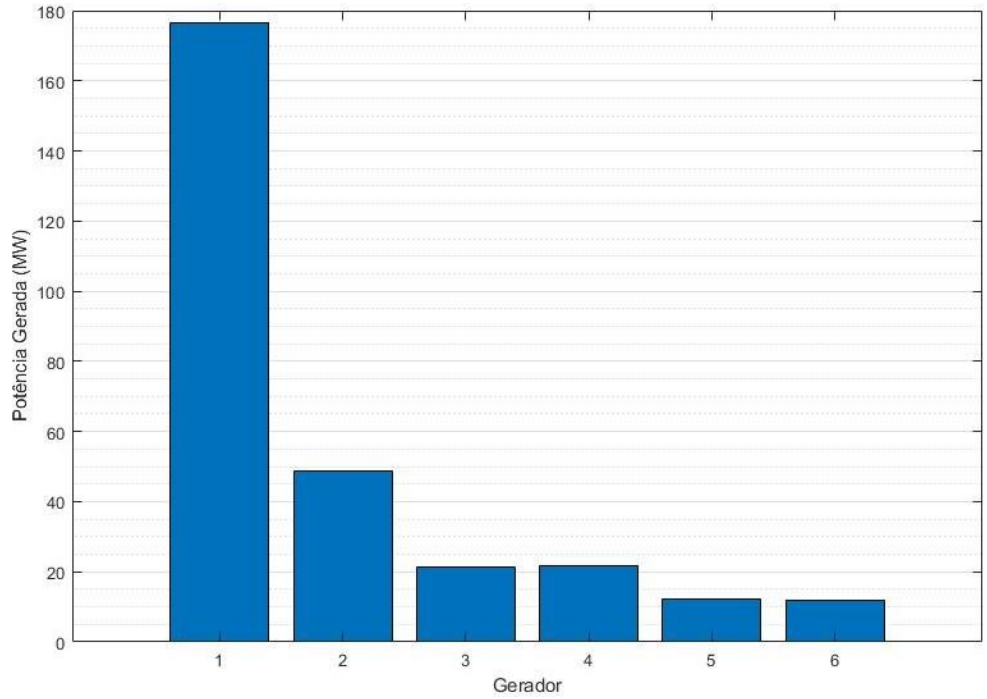
Figura 25 - Curva de Convergência da Situação 6



FONTE: autor

Na Figura 26 observam-se os valores de potência gerada por cada UG, em que os valores constam especificamente na Tabela 5. Mesmo as Linhas de Transmissão operando com capacidade de 100 MVA, em contrapartida aos 130 MVA nominais, não houve alteração expressiva de geração de energia, mostrando a influência que as funções de custo causam na determinação da solução ótima no algoritmo.

Figura 26 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 6

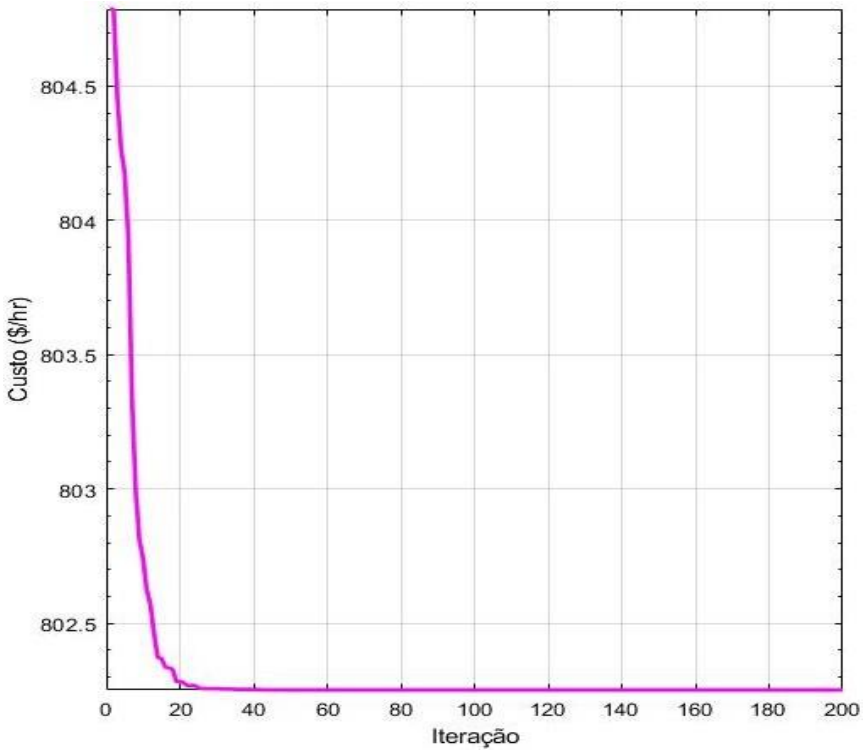


FONTE: autor

As Figuras 27 e 28 apresentam a convergência para o custo final de geração e a potência produzida por cada Unidade Geradora para somente a Linha de Transmissão 4 operando com 76,92% (100 MVA) da capacidade nominal de potência. Nesta situação não ocorre fator limitante em nenhuma das barras do sistema.

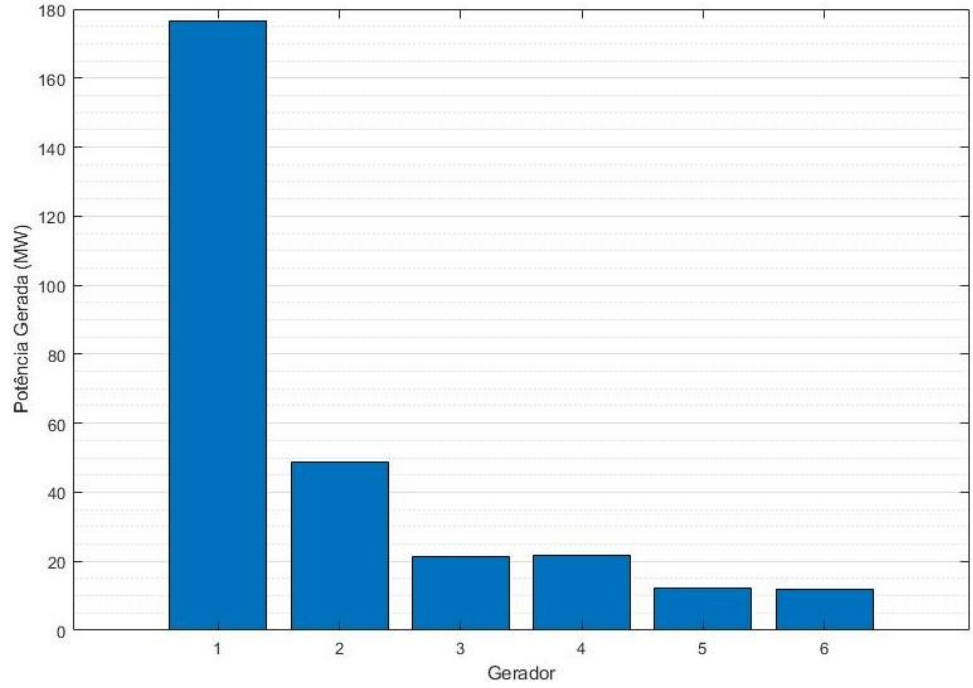
Não se verifica grande alteração no custo final, tampouco no número de iterações necessárias para o algoritmo encontrar uma solução ótima, em comparação com a ocorrência de subtensão em uma barra PV, como nas situações simuladas envolvendo a barra 13 anteriormente.

Figura 27 - Curva de Convergência da Situação 7



FONTE: autor

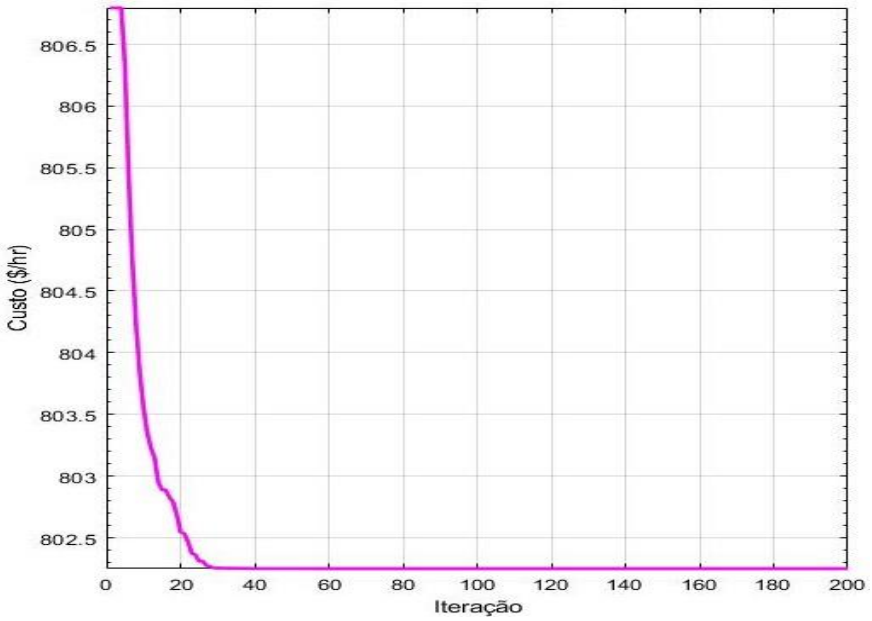
Figura 28 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 7



FONTE: autor

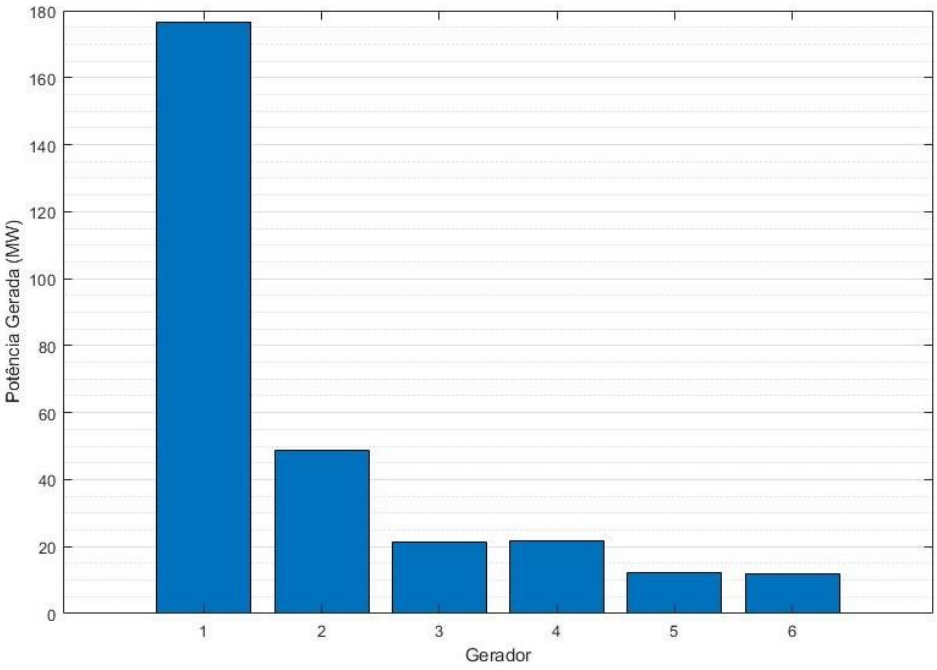
Nas Figuras 29 e 30 verifica-se a curva de convergência para o custo final de geração e a potência produzida por cada UG para a LT 5 operando com apenas 100 MVA. Os valores tanto da curva de convergência como a quantidade de potência gerada são semelhantes à situação 7.

Figura 29 - Curva de Convergência da Situação 8



FONTE: autor

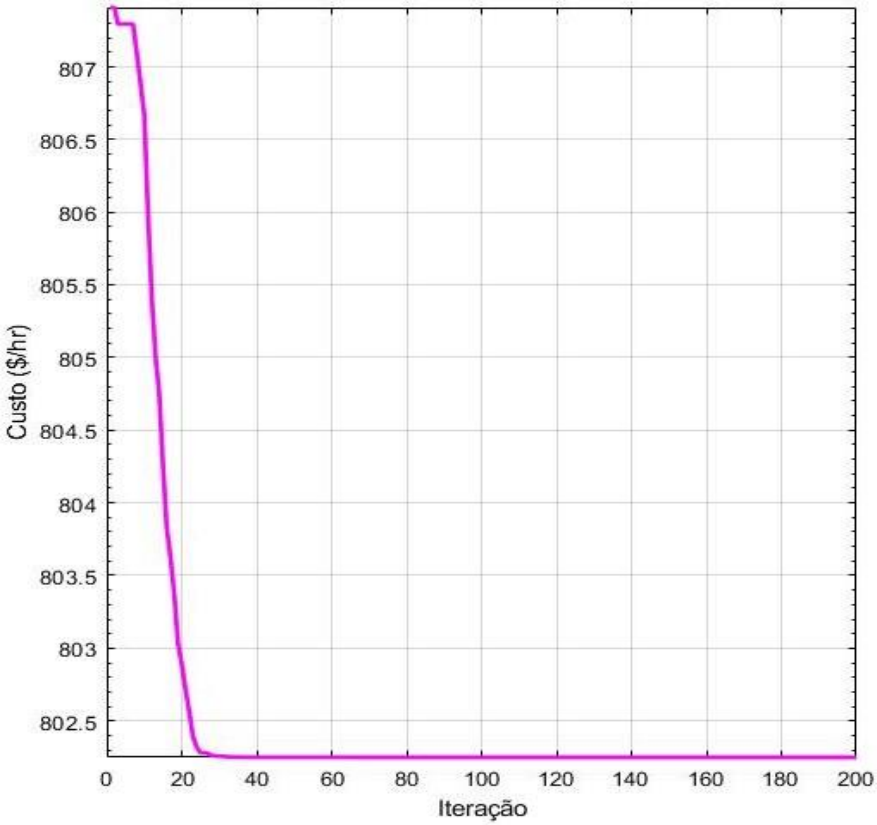
Figura 30 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 8



FONTE: autor

A Figura 31 apresenta a curva de convergência para o custo final de geração quando a Linha de Transmissão 9 operando com potência aparente de 30 MVA menor que seu valor nominal de 130 MVA. A quantidade de iterações da curva de convergência são semelhantes às situações 7 e 8, com resultados apresentados nas Figuras 27 e 29.

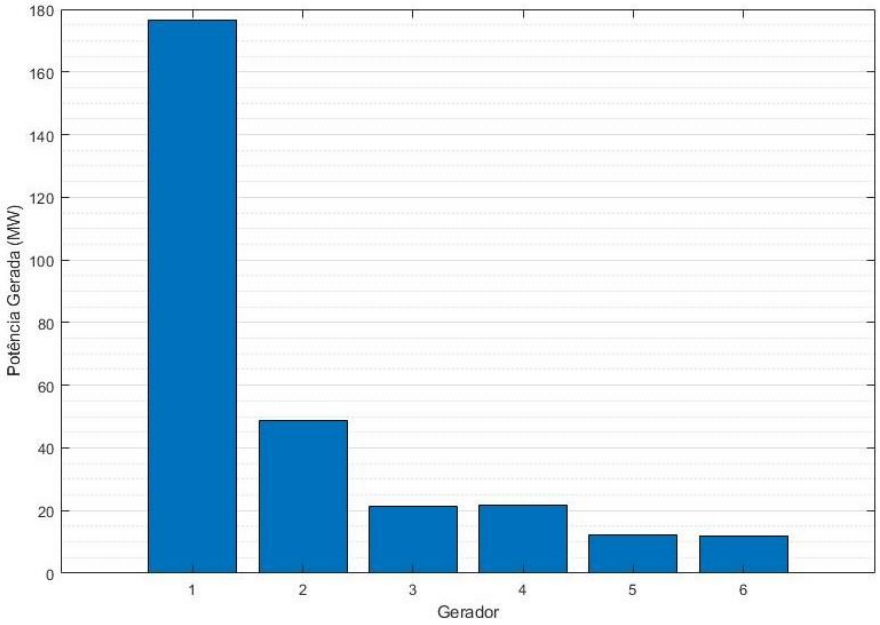
Figura 31 - Curva de Convergência da Situação 9



FONTE: autor

A Figura 32 apresenta a quantidade de potência gerada por cada um dos 6 geradores, também apresentando resultados semelhantes às situações 7 e 8, conforme as Figuras 28 e 30 expostas anteriormente. Os valores específicos de custo final e potência gerada por cada Unidade Geradora para a Situação 9 constam na Tabela 5.

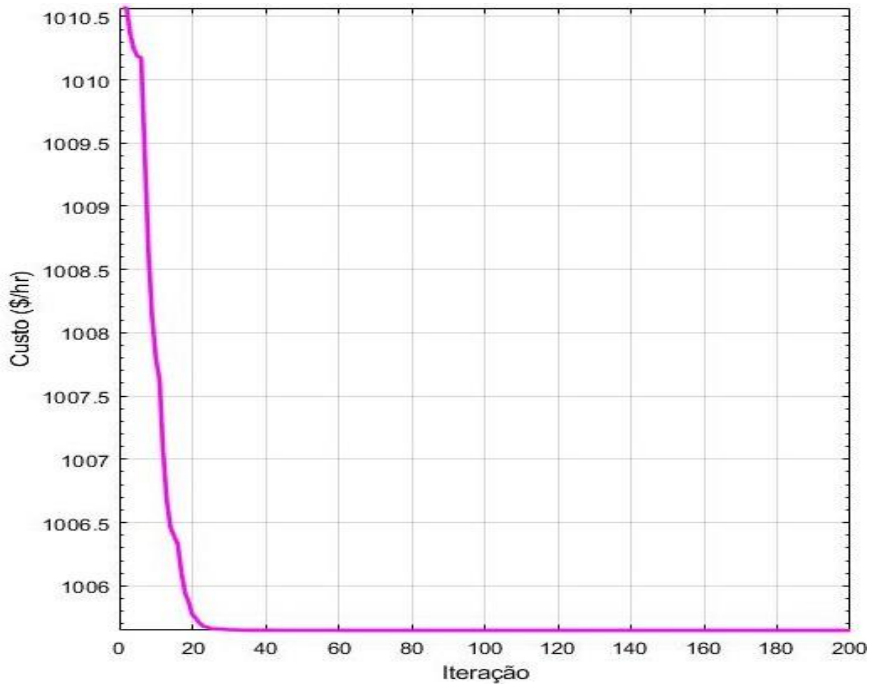
Figura 32 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 9



FONTE: autor

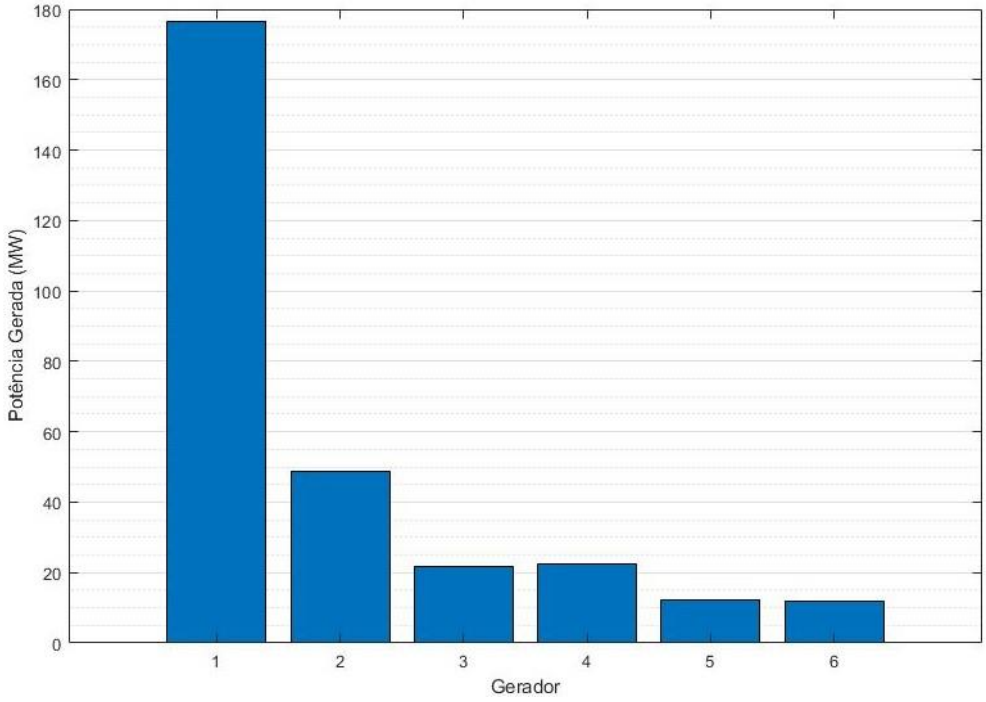
As Figuras 33 e 34 apresentam a convergência para o custo final de geração e a potência produzida por cada UG na pior situação simulada, que consiste nas barras 4 e 12 operando com 90% a magnitude de tensão nominal, barra 13 com 84,03%, e as LTs 4, 5 e 9 operando com 76,92% da capacidade nominal de potência.

Figura 33 - Curva de Convergência da Situação 10



FONTE: autor

Figura 34 - Potência gerada (MW) por cada UG na situação 10

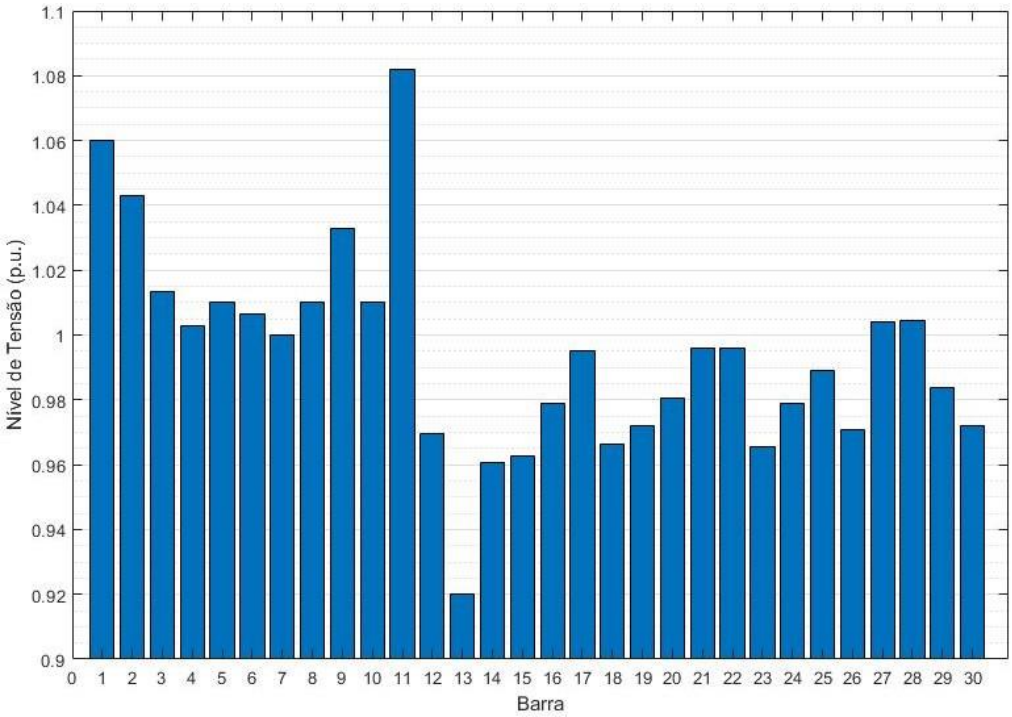


FONTE: autor

Observa-se que, com exceção das situações em que a barra 13 está envolvida, os valores finais do custo de geração estão bastante próximos. Isso se deve ao fato de que com pequenas “alterações” na estrutura do sistema, o método de cálculo de Newton-Raphson para Fluxo de Potência consegue oferecer soluções ótimas semelhantes a da estrutura nominal, fato que pode sofrer grandes mudanças caso seja usado outro método, como Gauss-Seidel por exemplo (CHATERJEE & MANDAL, 2017) (HACHMI. et al, 2018). Para as simulações envolvendo alterações no valor nominal da barra 13 (situações 2, 5 e 10), foi realizada a plotagem dos níveis de tensão nas barras do sistema, visto que a mesma proporciona maior impacto nos valores gerais de grandezas.

A Figura 35 a seguir apresenta os níveis de tensão para as barras 4 e 12 operando com 90% (0,9 p.u. ao invés de 1 p.u.) a magnitude de tensão nominal, e a barra 13 com 84,03% (0,9 p.u. ao invés de 1,071 p.u.). Observa-se que mesmo com o valor determinado, o método de Newton-Raphson proporciona uma elevação de 0,02 p.u. na magnitude de tensão na barra 13.

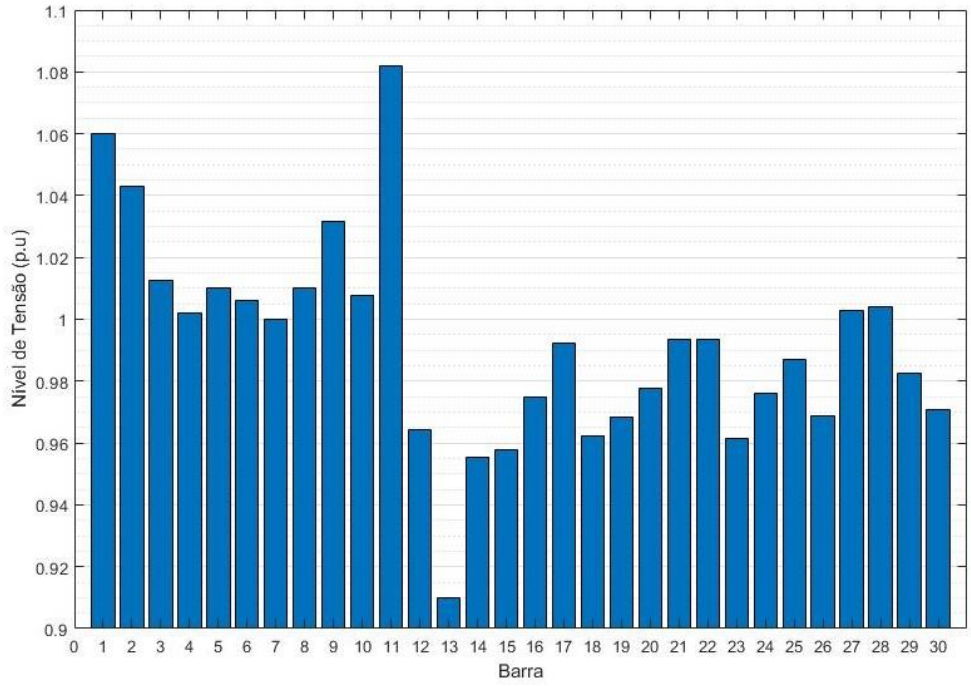
Figura 35 - Nível de Tensão nas barras para a situação 2



FONTE: autor

A Figura 36 a seguir apresenta os níveis de tensão para a barra 13 operando com 84,03% a magnitude de tensão nominal.

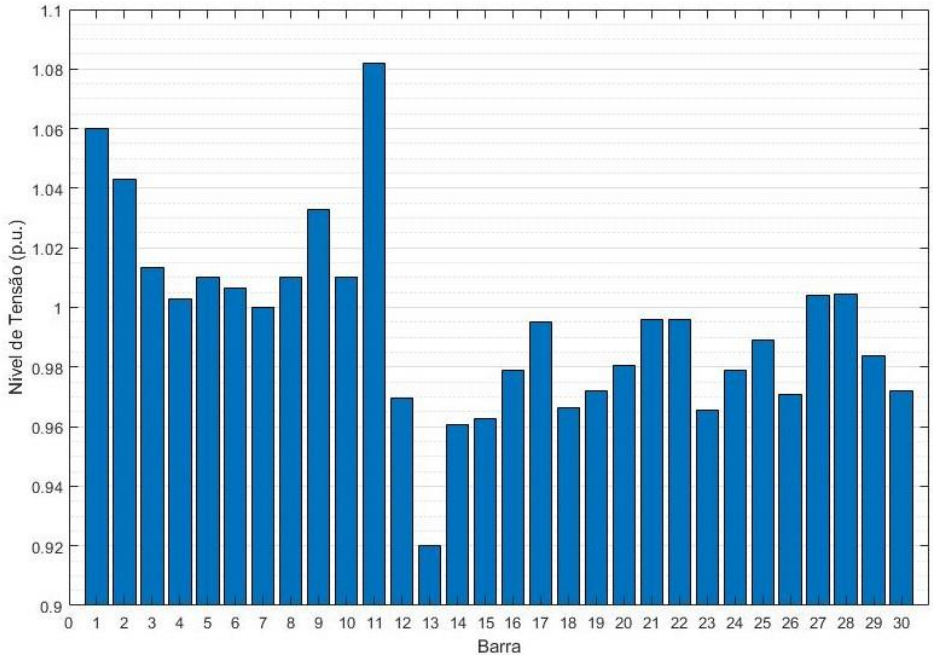
Figura 36 - Nível de Tensão nas barras para a situação 5



FONTE: autor

A Figura 37 a seguir apresenta a ocasião com as barras 4 e 12 operando com 90% a magnitude de tensão nominal, barra 13 com 84,03%, e as LTs 4, 5 e 9 operando com 76,92% da capacidade nominal de potência.

Figura 37 - Nível de Tensão nas barras para a situação 10



FONTE: autor

A Tabela 5 e as Figuras com os níveis de geração deixam evidente que os valores potência em cada UG para manter o custo de geração baixo permanecem bastante próximos para cada situação. Em situações anormais, percebeu-se um aumento do custo de geração, principalmente quando a Barra 13 sofre com algum Fator Limitante.

6.1.2 Aumento da Demanda do Sistema

A demanda nominal do *IEEE 30 Bus System* é de 283.4 MW. Para fins de análise, simulou-se um aumento da demanda para 362.3 MW, com a finalidade de elevar os níveis de geração de Potência Ativa para próximo do limite dos geradores e verificar o que ocorre com o custo de geração. A distribuição das cargas em cada

barra segue conforme Tabela 6, onde somente constam as alterações em relação aos valores padrões.

Tabela 6 - Redistribuição das Cargas

Barra Nr	Carga Padrão (MW)	Carga Redefinida (MW)
3	2,4	5,4
4	7,6	11,6
5	94,2	90,2
7	22,8	42,8
8	30	40
10	5,8	10,8
12	11,2	21,2
14	6,2	12,2
15	8,2	15,2
16	3,5	8,5
17	9	17
18	3,2	10,2
19	9,5	19,5
20	2,2	12,2
21	17,5	20,5
23	3,2	8,2
24	8,7	12,7
26	3,5	4,1

FONTE: autor

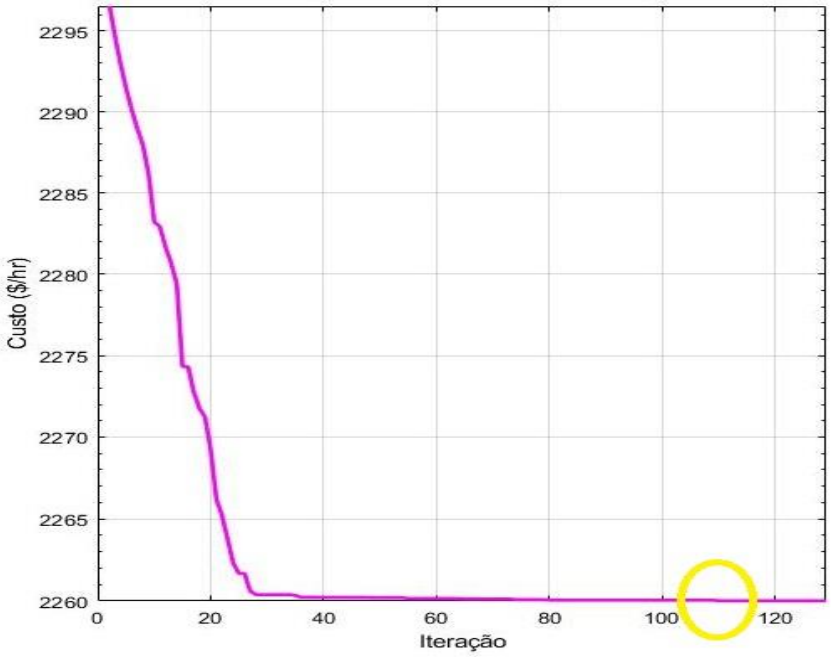
Após realizar os cálculos de fluxo de potência e otimização, obtém-se os resultados conforme Tabela 7. A curva de convergência para a solução ótima segue conforme Figura 38.

Tabela 7 - Valores de Potências, Perdas e Custos para demanda maior

Gerador (Barra)	Pot. Gerada (MW)
1 (1)	199,9991
2 (2)	78,9843
3 (5)	30,4082
4 (8)	35
5 (11)	30
6 (13)	35,4935
Custo de Geração	**2259,99 $/hr**
Perdas	**18,8852 MW**

FONTE: autor

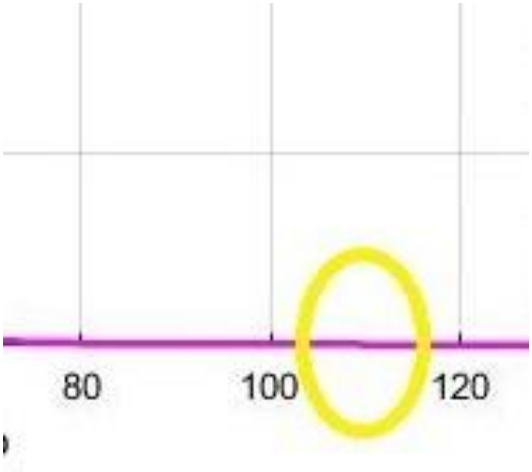
Figura 38 - Curva de convergência da solução ótima



FONTE: autor

Na Figura 39 há uma aproximação da curva da Figura 38 para melhor observação do ponto da solução ótima, onde observa-se que para um aumento da demanda, a solução ótima é encontrada por volta de 110 iterações do algoritmo. Há também o aumento considerável do custo de geração e das perdas no sistema, conforme discriminados na Tabela 7.

Figura 39 - Aproximação da Curva de Convergência



FONTE: autor

6.1.3 Comparação de Resultados

A partir dos resultados obtidos para o modelo padrão do *IEEE 30 Bus System*, é possível realizar a comparação dos resultados alcançados no que se refere à redução do custo de geração, tempo de processamento e quantidade de iterações necessárias para tal. A comparação ocorre com valores obtidos em literatura científica, não sendo realizadas simulações para as mesmas. Os métodos utilizados para comparação foram *Evolutionary Programming* (EP) (YURYEVICH & WONG, 1999), *Improved Evolutionary Programming* (IEP) (ONGSAKUL & TANTIMAPORN, 2006), Newton-Raphson (NR) (ATTOUS & LABBI, 2009), *Self-Adaptive Differential Evolution with Augmented Lagrange Multiplier* (SADE-ALM) (THITITHAMRONGCHAI & EUA-ARPORN, 2007), *Tabu Search* (TS) (ABIDO, 2002), *Improved Tabu Search* (ITS) (LIN. et al, 2002) e *Tabu Search and Simulated Annealing* (TS/SA) (ONGASKUL & BHASAPUTRA, 2002).

Tabela 8 - Valores para cada tipo de algoritmo

	Algoritmo							
	EP	**IEP**	**NR**	**SADE-ALM**	**TS**	**ITS**	**TS/SA**	**OEP**
Melhor Custo ($/hr)	802,907	802,465	901,918	802,404	802,502	804,556	802,788	802,252
Tempo de processamento (min)	66,693	99,013	-	15,934	86,227	88,495	62,275	0,1428
Iterações Utilizadas	800	800	30	5	800	800	800	200

FONTE: autor

Os algoritmos de EP, IEP, TS, TS/SA, ITS foram executados em um computador com processador Pentium IV 2,0 GHz, com apenas 256 MB de memória RAM e o SADE-ALM foi executado em um computador com processador Pentium IV 2,8 GHz, também com 256 MB de memória RAM, o que justifica o excesso de tempo se comparados à Otimização por Enxame de Partículas. O algoritmo de NR foi executado com processador Pentium IV 2,4 GHz e 1 GB DDR de memória RAM.

Importante lembrar que o número de iterações é exagerado, a solução ótima ocorre antes de atingir o limite de iterações, exceto no método SADE-ALM. O algoritmo da OEP proposto foi executado em um computador convencional com processador Intel Core i5-6200U 2,3 GHz e 8 GB de memória RAM DDR3 L.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nas informações apresentadas neste trabalho, é importante destacar a facilidade de estruturação do algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas e o pequeno esforço computacional necessário para redução do custo de geração, visto que foi utilizado um computador convencional. Os resultados alcançados mostraram-se a contento e menores inclusive que outros métodos utilizados no meio acadêmico para busca de soluções ótimas do mesmo problema.

O trabalho consistiu somente da redução de custo de geração com carga estática e um número de iterações muito superior ao mínimo necessário para obter uma solução ótima, fato observado nos resultados das simulações. É possível, em estudos futuros, rodar o algoritmo com variação de carga durante o processo de iterações sendo realizado para verificar se ocorrem resultados satisfatórios igualmente, objetivando uma aplicação prática da Otimização por Enxame de Partículas. Aplicações dessa forma, aliadas à modelagem matemática do problema, podem ocasionar melhor desempenho e maior adequabilidade do algoritmo, que torna-se cada vez mais interessante e foco de estudo em artigos recentes, sendo passível de receber maior embasamento matemático para aplicações diversas (XIAOJING. et al, 2019) (GAO, 2019).

Como o Sistema Elétrico de Potência é não-linear, não-estacionário, com diversas “incertezas” entre outros aspectos, acaba possuindo uma grande quantidade de estados e parâmetros. Implementar métodos clássicos analíticos de otimização, como programação linear, pode se tornar complicado ou mesmo impossível para algumas situações e a Otimização por Enxame de Partículas entra como uma solução para tal questão. É uma técnica de busca estocástica, baseada em vida artificial e comportamento psicossocial, bem como na engenharia e ciência da computação, onde o movimento de cada partícula evolui no espaço multidimensional a cada iteração, na busca por uma solução ótima, ou algo próximo desta (VALLE. et al, 2008).

Muitos dos problemas em Sistemas Elétricos de Potência ainda não foram explorados para aplicação do algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas, e podem se tornar objetivos de estudos futuros. Alguns estudos já verificaram que o algoritmo pode ser utilizado para fornecer uma locação ótima de banco de capacitores na rede, e isso pode ser aplicado também para outros componentes como FACTs (*Flexible Alternating Current Transmission Systems*), unidades geradoras eólicas,

funcionamento de Filtros Harmônicos *Shunt*, entre outros (VIET. et al, 2019) (YADAV. et al, 2019) (VALLE. et al, 2008).

O funcionamento do algoritmo na maioria dos problema analisados ocorre de maneira “estática”, sem alteração dos dados durante o funcionamento, contudo, a maioria dos problemas atuais necessita de uma atuação dinâmica, como é a questão da variação da demanda a todo instante, impactando na operação de Unidade Geradoras. O trabalho de (YADAV. et al, 2019) foi o mais próximo disso, trabalhando sempre com a otimização sobre o valor de entrada de um controlador PI, num sistema com realimentação. Para uma relação mais próxima com o trabalho, é imprescindível que se estude o comportamento do algoritmo para variação de carga em tempo real, visto que para os fins de otimização estática sua eficácia foi comprovada.

REFERÊNCIAS

ABIDO, M. A. **Optimal Power Flow Using Tabu Search Algorithm**. Electric Power Components and Systems 30:5. 469-483 p. Taylor and Francis Inc. 2002.

AFOLABI, Olukayode A. et al. **Analysis of the Load Flow Problem in Power System Planning Studies**. Energy and Power Engineering. Scientific Research and Publishing Inc. Prairie View, Estados Unidos. 30 set. 2015.

ANDERSSON, Göran. **Power System Analysis**. Aula 227-0526-00, ITET ETH Zürich. Zurique, 2012. 185p. Notas de Aula.

ANEEL. **Resolução Normativa nº 414**. 9 set. 2010. D.O.U 15 set. 2010. Brasília, DF.

ATTOUS, D. B. Labbi, Y. **Particle Swarm Optimization based Optimal Power Flow for Units with Non-Smooth Fuel Cost Functions**. International Conference on Electrical and Electronics Engineering - ELECO 2009. Bursa, Turquia. 18 dez. 2009

BISMAS, Pramit. **Particle Swarm Optimization**. MathWorks. Colorida. 337 x 238p. Disponível em: < https://ww2.mathworks.cn/matlabcentral/fileexchange/43541-particle-swarm-optimization-pso?s_tid=FX_rc2_behav>. Acesso em 16 nov. 2018.

BORRA, V. **An Optimal Power Flow to Improve Power System Security by Using Particle Swarm Optimization**. Electrical and Electronics Engineering: An International Journal (ELELIJ) Vol 4, pg 79-92, maio 2015

BUKHSH, Waqquas A. **An Islanding Model for Preventing Wide-Area Blackouts and the Issue of Local Solutions of the Optimal Power Flow Problem**. University of Edinburgh. Tese (Doutorado em Matemática). 246p. fev 2014. Edinburgo.

BUKHSH, Waqquas, et al. **Local Solutions of the Optimal Power Flow Problem**. Power Systems, IEEE Transactions on. nov. 2013.

CARPENTIER, J. **Contribution a l'etude du dispacting economique**. Bull. Soc. Fran-caise des Electriciens, vol. 3, 16p. 1962

CHATERJEE, Sreemoyee. MANDAL, Suprovab. **A Novel Comparison of Gauss-Seidel and Newton-Raphson Methods for Load Flow Analysis**. IEEE International Conference on Power and Embedded Drive Control – ICPEDC. 16-18 mar. 2017. Chennai, Índia.

CLERC, Maurice. **The Swarm and the Queen: Towards a Deterministic and Adaptive Particle Swarm Optimization**. Congress on Evolutionary Computation-CEC99. jul. 1999. Washington, EUA.

DANILEVICH, Yanoush B. **ELECTRICAL ENERGY SYSTEMS: History of Electric Energy Systems and New Evolution**. Encyclopedia of Life Support Systems. 2002.

DHILLON, J. S. KOTHARI, D. P. **Stochastic economic emission load dispatch**. Elsevier Sequoia Inc. Electric Power Systems Research, 26. 179-186 p. abr. 1993.

DIKE, Damian Obioma. et al. **Economic Dispatch of Generated Power Using Modified Lambda-Iteration Method**. Journal of Electrical and Electronic Engineering – IOSR. Nigéria. Vol. 7, 5 p. jul.-ago. 2013.

ELTAMALY, Ali. et al. **Optimum Power Flow Analysis by Newton Raphson Method, A Case Study**. ANNALS of Faculty Engineering Hunedoara. International Journal of Engineering. 9p. 2018.

EPE. **Balanço Energético Nacional: Relatório Síntese Ano Base 2017**. Empresa de Pesquisa Energética. 62p. Rio de Janeiro – RJ. maio 2018. Disponível em: <http://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-303/topico-397/Relatório Síntese 2018-ab 2017vff.pdf>. Acesso em 9 out. 2018.

EPE. **Matriz Energética e Elétrica**. Disponível em: <http://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia/matriz-energetica-e-eletrica>. Acesso em 9 out. 2018.

FRANK, S. REBENNACK, S. **An introduction to optimal power flow: Theory, formulation and examples**. IEE Transactions, vol. 48. 11 ago. 2016. 25p. Taylor & Francis Group.

GAO, Yuxi. **Research of Multi-Chromosomal Genome Median Calculation Based on Improved Particle Swarm Optimization**. IEEE International Conference on Robots & Intelligent System - ICRIS. Haikou, China. 15-16 jun. 2019.

HACHMI, Talbi El. et al. **Comparison of Newton Raphson and Gauss Seidel Methods for Power Flow Analysis**. International Journal of Energy and Power Engineering, vol. 12, nº. 9. Set. 2018.

HILL, Eugente F. STEVENSON, William D. **A New Method of Determining Loss Coefficients**. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-87, nº 7. jul. 1968.

IEEE Standard. **30 Bus System**. University of Washington. Disponível em: <https://labs.ece.uw.edu/pstca/pf30/pg_tca30bus.htm>. Acesso em: 10 nov. 2018.

KENNEDY, J; EBERHART, R. **Particle Swarm Optimization**. Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks. p. 1942-1948. Perth, WA, Australia, Australia, 27 nov. - 1 dez. 1995.

KOTHARI, D.P.; DHILLON, J.S. **Power System Optimization**. 2 ed. Phi. 732p. 30 dez. 2010.

KOTHARI, D. P. **Power system optimization**. 2012 2nd National Conference on Computational Intelligence and Signal Processing (CISP) (2012): 18-21.

LEE, E. T. WANG, J. W. **Statistical Methods for Survival Data Analysis**. John Wiley & Sons INC. 3ª ed. 4 abr. 2003

LIN, Whei-Min. et al. **An improved tabu search for economic dispatch with multiple minima**. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 17, nº 1. fev. 2002.

MARTINEZ, R. M. M; **Estudo de Técnicas de Controle de Fluxo de Potência e de Gerenciamento de Ilhamento em Sistemas de Geração Distribuída com Interfaces Eletrônicas de Potência para Conexão com a Rede Elétrica**. Campinas, 2010, 214p. Tese de Doutorado do Curso de Engenharia Elétrica – Campus de Campinas, Universidade Estadual de Campinas.

MOHAN, Ned. **Sistemas Elétricos de Potência**. LTC, 1 ed. 453p. 28 out. 2016.

MONTICELLI, Alcir José. **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**. Edgard Blücher Ltda. São Paulo – SP. Brasil, 1983.

NBR-5416. **Aplicação de cargas em Transformadores de Potência - Procedimento**. ABNT. 91p. jul. 1997.

OLIVEIRA, C. C. et al. **Comparative Analysis of the Influence of PV Bus Representation in the Current Injection Continuation Power-Flow**. IEEE Latin America Transactions, vol. 16, nº 12, dez. 2018. 7 p.

ONGASKUL, W. BHASAPUTRA, P. **Optimal power flow with FACTS devices by hybrid TS/SA approach**. Elsevier Science Ltd. International Journal of Electrical Power & Energy 24. 851-857 p. 2002.

ONGASKUL, W. TANTIMAPORN, T. **Optimal Power Flow by Improved Evolutionary Programming, Electric Power Components and Systems**. Electric Power Components and Systems. 79-95. Taylor and Francis Inc. 2006.

ONS, 2016. **Manual de Procedimentos da Operação – Módulo 10**. Rev. 6. 27 dez. 2016.

OVERBYE, Tom. BALDICK, Ross. **Power System Analysis: Lecture 12 – Power Flow**. University of Texas at Austin – UTA. Power Systems Engineering. Notas de Aula. 2016. Disponível em: <http://users.ece.utexas.edu/~baldick/classes/EE369.html>. Acesso em: 7 out. 2019.

PANTA, Sakorn. et al. **Economic Dispatch for Power Generation Using Artificial Neural Network**. International Conference on Power Electronics, 7ª ed. Daegu, Coreia do Sul, 22-26 out. 2007.

PENNSTATE COLLEGE OF EARTH AND MINERAL SCIENCES. **Introduction to Electricity Markets**. Curso. Alisha Fernandez. Disponível em: <https://www.e-education.psu.edu/ebf483/>. Acesso em: 14 out. 2019.

PESCHON, John. et al. **Optimal Power-Flow Solutions for Power System Planning**. Proceeding of the IEEE, vol. 60, nº 1, jan. 1972.

SAUER, Peter W; PAI, M. A. **Power System Dynamic and Stability**. 361p. Department of Electrical and Computer Engineering. The Univesity of Illinois. 1997.

SCHAVEMAKER, P.H; SLOUIS, Lou Van Der. **Electrical Power System Essentials**. John Wiley and Sons, 1 ed. 340p. 27 maio 2008.

SHI, Y; EBERHART, R. C. **Comparing Inertia Weights and Constriction Factor in Particle Swarm Optimization**. Congress on Evolutionary Computation-CEC00. IEEE. jul. 2000. California, EUA.

SHI, Y; EBERHART, R. C. **Empirical Study of Particle Swarm Optimization**. Congress on Evolutionary Computation-CEC02. IEEE. 6 ago. 2002

SHI, Y; EBERHART, R. C. **Parameter Selection in Particle Swarm Optimization, Proceedings of The Seventh Annual Conference on Evolutionary Programming**. p. 591-600, Berlim, Alemanha, 1998.

SHI, Y; EBERHART, R. C. **Particle Swarm Optimization: Development, Applications and Resources**. Congress on Evolutionary Computation-CEC01. IEEE. Seoul, Coréia do Sul. jul. 2001.

STETZ, Thomas; t al. **High Penetration of PV in Local Distribution Grids - Subtask 2 Case Study Collection**. IEA Photovoltaic Power Systems Programme Task 14. 2014.

TANG, Jianxing. et al. **Economic Dispatching Method Based on Dynamic Network Loss Factor**. Powercon, 2018, 5p. Guangzhou, China.

THITITHAMRONGCHAI, T. EUA-ARPORN, B. **Self-adaptive Differential Evolution Based Optimal Power Flow for Units with Non-smooth Fuel Cost Functions**. Journal of Electrical Systems 3-2. 88-99 p. 2007

TINNEY, W.F. HART, C. E. **Power Flow Solution by Newton's Method**. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. Vol. PAS-86, nº 11. Nov 1967.

TOLMASQUIM, M. T. **Matriz energética brasileira: uma prospectiva**. Novos estudos - CEBRAP nº.79 São Paulo Nov. 2007. 79p.

TUAIMAH, Firas M; METEB, Montather F. **Particle Swarm Optimization based Optimal Power Flow Problem for Iraqi Extra High Voltage Grid**. International Journal of Computer Applications (0975 – 8887) Volume 59 – No.8, dez. 2012.

VALLE, Yamille Del. et al. **Particle Swarm Optimization: Basic Concepts, Variants and Applications in Power Systems**. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 12, nº 2. Abr. 2008.

VIET, Dinh Thanh. et al. **Optimal Placement and Sizing of Wind Farm in Vietnamese Power System Based on Partice Swarm Optimization**. IEEE

International Conference on System Science and Engineering – ICSSE. Dong Hoi, Quang Binh, Vietnã. 19-21 jul. 2019.

XIAOJING, Yang. et al. **Center Particle Swarm Optimization Algorithm**. IEEE Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference – ITNEC, 3ª ed. Chengdu, China. 15-17 mar. 2019.

XIONG, Guojiang. et al. **A Novel Method for Economic Dispatch with Across Neighborhood Search: A Case Study in a Provincial Power Grid, China**. Hindawi. Complexity. Vol. 2018, 18 p. 4 nov. 2018.

WAINTRAUB, Marcel. **Algoritmos paralelos de otimização por enxame de partículas em problemas nucleares**. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Nuclear). Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE. 109p. mar. 2009. Rio de Janeiro.

WOOD, A.J. WOLLENBERG, B.F. **Power Generation, Operation and Control** 2ª ed. John Wiley and Sons INC. 1996.

YADAV, Shubhendra. et al. **Particle Swarm Optimization Based Shunt Active Harmonic Filter for Harmonic Compensation**. IEEE Uttar Pradesh Section International Conference on Electrical, Computer and Electronics - UPCON, 4ª ed. Mathura, Índia. 26-28 out. 2017.

YURYEVICH, Jason. WONG, Kit Po. **Evolutionary Programming Based Optimal Power Flow Algorithm**. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, nº 4. 6p. nov. 1999.

ZHO, Jizhong. **Optimization of power system operation**. Institute of Electrical and Electronics Engineers. John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, Nova Jersey, 2009

ANEXOS

ANEXO A – Tabelas com os Dados do *IEEE 30 Bus System*

Tabela 9 – Coeficientes gerais de Perdas

By					
0.000218	0.000103	0.000009	-0.000010	0.000002	0.000027
0.000103	0.000181	0.000004	-0.000015	0.000002	0.000030
0. 0.000009	0.000004	0.000417	-0.000131	-0.000153	-0.000107
-0.00001	-0.000015	-0.000131	0.000221	0.000094	0.000050
0.000002	0.000002	-0.000153	0.000094	0.000243	-0.000000
0.000027	0.000030	-0.000107	0.000050	-0.000000	0.000358
B0					
-0.000003	0.000021	-0.000056	0.000034	0.000015	0.000078
B00					
0.000014					

FONTE: IEEE

Tabela 10 – Dados das Barras

Nr. Bar.	**Tensão do barramento**		**Geração**		**Carga**		**Limites de Potência Reativa**	
	Amplitude (p.u.)	**Ângulo de Fase (Graus)**	**Potência Ativa (p.u.)**	**Potência Reativa (p.u.)**	**Potência Ativa (p.u.)**	**Potência Reativa (p.u.)**	**Qmin (p.u.)**	**Qmax (p.u.)**
1	1,06	0	1,3848	-0,0279	0	0	-	-
2	1,045	0	0,4	0,5	0,217	0,127	-0,2	0,6
3	1	0	0	0	0,024	0,012	-	-
4	1,06	0	0	0	0,076	0,016	-	-
5	1,01	0	0	0,37	0,942	0,19	-0,15	0,625
6	1	0	0	0	0	0	-	-
7	1	0	0	0	0,228	0,109	-	-
8	1,01	0	0	0,373	0,3	0,3	-0,15	0,5
9	1	0	0	0	0	0	-	-
10	1	0	0	0	0,058	0,02	-	-
11	1,082	0	0	0,162	0	0	-0,1	0,4
12	1	0	0	0	0,112	0,075	-	-
13	1,071	0	0	0,106	0	0	-0,15	0,45
14	1	0	0	0	0,062	0,016	-	-
15	1	0	0	0	0,082	0,025	-	-
16	1	0	0	0	0,035	0,018	-	-
17	1	0	0	0	0,09	0,058	-	-
18	1	0	0	0	0,032	0,009	-	-
19	1	0	0	0	0,095	0,034	-	-
20	1	0	0	0	0,022	0,007	-	-
21	1	0	0	0	0,175	0,112	-	-
22	1	0	0	0	0	0	-	-
23	1	0	0	0	0,032	0,016	-	-
24	1	0	0	0	0,087	0,067	-	-
25	1	0	0	0	0	0	-	-
26	1	0	0	0	0,035	0,023	-	-
27	1	0	0	0	0	0	-	-
28	1	0	0	0	0	0	-	-

Nr. Bar.	Tensão do barramento		Geração		Carga		Limites de Potência Reativa	
	Amplitude (p.u.)	Ângulo de Fase (Graus)	Potência Ativa (p.u.)	Potência Reativa (p.u.)	Potência Ativa (p.u.)	Potência Reativa (p.u.)	Qmin (p.u.)	Qmax (p.u.)
29	1	0	0	0	0,024	0,009	-	-
30	1	0	0	0	0,106	0,019	-	-

FONTE: IEEE

Tabela 11 – Dados das Linhas de Transmissão

Linha Nr	Do Barramento	Para Barramento	Impedância em Série (p.u.)		Susceptância (p.u.)	Potência Nominal (MVA)
			R	X		
1	1	2	0,0192	0,0575	0,0264	130
2	1	3	0,0452	0,1852	0,0204	130
3	2	4	0,057	0,1737	0,184	65
4	3	4	0,0132	0,0379	0,0042	130
5	2	5	0,04720	0,19830	0,0209	130
6	2	6	0,0581	0,17630	0,0187	65
7	4	6	0,0119	0,0414	0,0045	90
8	5	7	0,046	0,116	0,0102	70
9	6	7	0,0267	0,082	0,0085	130
10	6	8	0,012	0,042	0,0045	32
11	6	9	0	0,208	0	65
12	6	10	0	0,556	0	32
13	9	11	0	0,208	0	65
14	9	10	0	0,11	0	65
15	4	12	0	0,256	0	65
16	12	13	0	0,14	0	65
17	12	14	0,1231	0,2559	0	32
18	12	15	0,06620	0,1304	0	32
19	12	16	0,09450	0,1987	0	32
20	14	15	0,221	0,1997	0	16
21	16	17	0,0824	0,1932	0	16
22	15	18	0,107	0,2185	0	16
23	18	19	0,0639	0,1292	0	16
24	19	20	0,034	0,068	0	32
25	10	20	0,0936	0,209	0	32
26	10	17	0,0324	0,0845	0	32
27	10	21	0,0348	0,0749	0	32
28	10	22	0,0727	0,1499	0	32
29	21	22	0,0116	0,0236	0	32
30	15	23	0,1	0,202	0	16
31	22	24	0,115	0,179	0	16
32	23	24	0,132	0,27	0	16
33	24	25	0,1885	0,32920	0	16
34	25	26	0,2544	0,38	0	16
35	25	27	0,1093	0,2087	0	16
36	28	27	0	0,369	0	65
37	27	29	0,2198	0,4153	0	16
38	27	30	0,3202	0,6027	0	16
39	29	30	0,2399	0,4533	0	16
40	8	28	0,0636	0,2	0,0214	32
41	6	28	0,0169	0,0599	0,0065	32

FONTE: IEEE

ANEXO B – Cálculo de Fluxo de Potência por Newton-Raphson

Para melhor compreensão do método de Newton-Raphson e sua relação com os cálculos de fluxo de potência AC, necessários para o desenvolvimento deste trabalho, realiza-se a seguir uma breve resolução de um sistema de duas barras. Utiliza-se duas barras pois para sistemas com muitos nós, as matrizes de resolução tornam-se demasiadamente esparsas, com vários elementos nulos.

Como a barra *slack* possui valores conhecidos de tensão e ângulo, é necessário determinar essas grandezas para as outras barras, resolvendo $f(x) = 0$, onde:

$$x = \begin{vmatrix} \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \\ |V_2| \\ \vdots \\ |V_n| \end{vmatrix} \tag{63}$$

$$f(x) = \begin{matrix} P_2(x) - PG_2 + PD_2 \\ \vdots \\ P_n(x) - PG_n + PD_n \\ Q_2(x) - QG_2 + QD_2 \\ \vdots \\ Q_n(x) - QG_n + QD_n \end{matrix} \tag{64}$$

Para $i = 0$ é necessário um palpite inicial de $x, x^{(0)}$. Enquanto o valor de erro for maior que um determinado valor de erro “tolerado”, procede-se conforme (65) e (66).

$$x^{(i+1)} = x^{(i)} - \left[J\left(x^{(i)}\right)\right]^{-1} f(x^{(i)}) \tag{65}$$

$$i = i + 1 \tag{66}$$

A seguir, chega-se a parte mais “difícil” para o algoritmo, que é estruturar e resolver a matriz Jacobiana $J(x)$.

$$J(x) = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(x) & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{2n-2}}(x) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(x) & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{2n-2}}(x) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_{2n-2}}{\partial x_1}(x) & \frac{\partial f_{2n-2}}{\partial x_2}(x) & \cdots & \frac{\partial f_{2n-2}}{\partial x_{2n-2}}(x) \end{vmatrix} \quad (67)$$

Os elementos são calculados realizando a derivada parcial com respeito a cada variável, por exemplo, considere-se $f_i(x)$ é a equação (41) reescrita para a barra i.

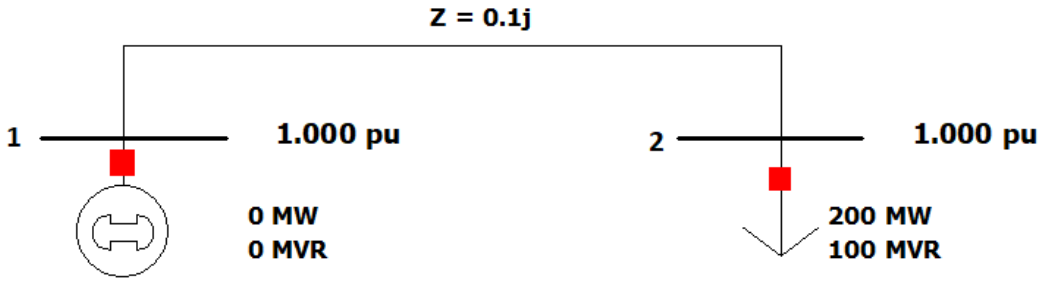
$$f_i(x) = \sum_{j=1}^{n} |V_i||V_j|\left(g_{ij}cos\theta_{ij} + b_{ij}sen\theta_{ij}\right) - PG_i + PD_i \quad (68)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial \theta_1}(x) = \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{n} |V_i||V_j|\left(-g_{ij}sen\theta_{ij} + b_{ij}cos\theta_{ij}\right) \quad (69)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial \theta_j}(x) = |V_i||V_j|\left(g_{ij}sen\theta_{ij} - b_{ij}cos\theta_{ij}\right) (j \neq i) \quad (70)$$

Para o sistema da Figura 39 a seguir, necessita-se determinar a magnitude de tensão e o ângulo de tensão na barra 2, considerando-se a barra 1 como *slack* e a potência de base $S_{base} = 100$ MVA.

Figura 40 - Sistema de duas barras



FONTE: adaptado de OVERBYE & BALDICK

As incógnitas (ângulo de tensão e magnitude de tensão na barra 2) são conforme a equação (71) e a matriz de admitância Y (1/Z) conforme a equação (72), as equações (73) e (74) para encontrar a potência ativa e reativa:

$$x = \begin{vmatrix} \theta_2 \\ |V_2| \end{vmatrix} \tag{71}$$

$$Y = \begin{vmatrix} -j10 & j10 \\ j10 & -j10 \end{vmatrix} \tag{72}$$

$$\sum_{j=1}^{n} |V_i||V_j|\left(g_{ij}cos\theta_{ij} + b_{ij}sen\theta_{ij}\right) - PG_i + PD_i = 0 \tag{73}$$

$$\sum_{j=1}^{n} |V_i||V_j|\left(g_{ij}sen\theta_{ij} - b_{ij}cos\theta_{ij}\right) - QG_i + QD_i = 0 \tag{74}$$

Para a barra 2, as equações para encontrar os valores de potência resultam em:

$$|V_2||V_1|(10sen\theta_2) + 2 = 0 \tag{75}$$

$$|V_2||V_1|(-10cos\theta_2) + |V_2|^2(10) + 1 = 0 \tag{76}$$

$$P_2(x) + 2 = |V_2|(10sen\theta_2) + 2 \tag{77}$$

$$Q_2(x) + 1 = |V_2|(-10cos\theta_2) + |V_2|^2(10) + 1 \tag{78}$$

A formação da matriz Jacobiana para esses valores segue conforme (79) e (78).

$$J(x) = \begin{vmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2}(x) & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|}(x) \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_2}(x) & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|}(x) \end{vmatrix} \tag{79}$$

$$\begin{vmatrix} 10|V_2|cos\theta_2 & 10sen\theta_2 \\ 10|V_2|sen\theta_2 & -10cos\theta_2 + 20|V_2| \end{vmatrix} \tag{80}$$

Para $i = 0$, utiliza-se o palpite $x^{(0)} = \begin{vmatrix} \theta_2^{(0)} \\ \left|V_2^{(0)}\right| \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$, pois os valores de tensão e de ângulo de tensão nunca estão muito distante desses valores nas barras, então calcula-se a primeira iteração:

$$f\left(x^{(0)}\right) \begin{vmatrix} \left|V_2^{(0)}\right|\left(10sen\theta_2^{(0)}\right) + 2 \\ \left|V_2^{(0)}\right|\left(-10cos\theta_2^{(0)}\right) + \left|V_2^{(0)}\right|^2(10) + 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix} \tag{81}$$

$$J\left(x^{(0)}\right) = \begin{vmatrix} 10\left|V_2^{(0)}\right|cos\theta_2^{(0)} & 10sen\theta_2^{(0)} \\ 10\left|V_2^{(0)}\right|sen\theta_2^{(0)} & -10cos\theta_2^{(0)} + 20\left|V_2^{(0)}\right| \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{vmatrix} \tag{82}$$

Procede-se então para resolver $x^{(1)}$.

$$x^{(1)} = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0.2 \\ 0.9 \end{vmatrix} \tag{83}$$

$$f\left(x^{(1)}\right) = \begin{vmatrix} 0.9(10sen(-0.2)) + 2 \\ 0.9(-10cos(-0.2)) + 0.9^2(10) + 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.212 \\ 0.279 \end{vmatrix} \tag{84}$$

$$J\left(x^{(1)}\right) = \begin{vmatrix} 8.82 & -1.986 \\ -1.788 & 8.199 \end{vmatrix} \tag{85}$$

Agora, realiza-se a 2ª iteração $x^{(2)}$ e em seguida $x^{(3)}$.

$$x^{(2)} = \begin{vmatrix} -0.2 \\ 0.9 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 8.82 & -1.986 \\ -1.788 & 8.199 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} 0.212 \\ 0.279 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0.233 \\ 0.8586 \end{vmatrix} \tag{86}$$

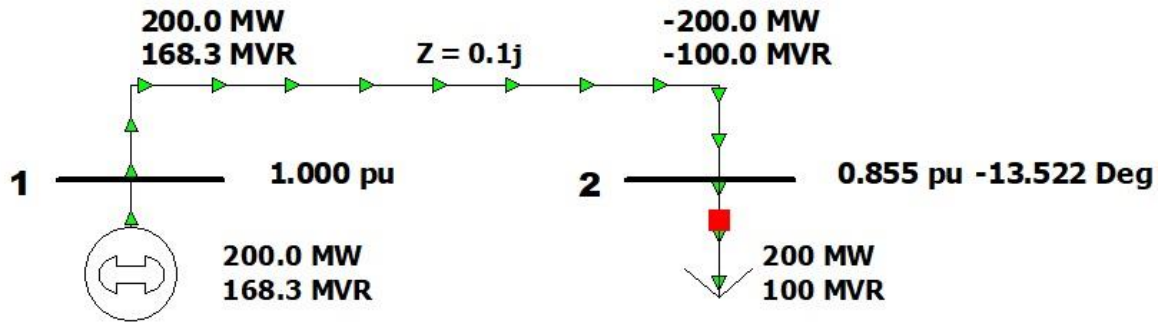
$$f\left(x^{(2)}\right) = \begin{vmatrix} 0.0145 \\ 0.0190 \end{vmatrix} \tag{87}$$

$$x^{(3)} = \begin{vmatrix} -0.236 \\ 0.8554 \end{vmatrix} \tag{88}$$

$$f\left(x^{(3)}\right) = \begin{vmatrix} 0.0000906 \\ 0.0001175 \end{vmatrix} \tag{89}$$

Na equação (89) é evidente que o valor do erro é bastante próximo de zero, podendo encerrar as iterações. Obtém-se a resposta de $V_2 = 0.8554\angle -13.52°$, onde o valor do ângulo θ_2 está em radianos no desenvolvimento do cálculo. Uma vez calculados os valores de magnitude e ângulo de tensão na barra 2, é possível obter os outros valores do sistema, no caso, potência ativa e reativa na barra 1 (geração), que seguem, para este exemplo, conforme Figura 40.

Figura 41 - Valores encontrados



FONTE: adaptado de OVERBYE & BALDICK